

INVESTIGACIÓN SOBRE LOS EFECTOS DE LA INVENCION- RECONSTRUCCIÓN DE SITUACIONES PROBLEMÁTICAS, EN EL RENDIMIENTO DE LOS ALUMNOS PARA LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS

José Antonio Fernández Bravo

1. INTRODUCCIÓN

Esta investigación, realizada en el Colegio San Gabriel de Madrid, estudió las posibilidades de mejorar el rendimiento de los alumnos de Educación Primaria en la resolución de problemas matemáticos.

En los años ochenta, la resolución de problemas constituye una importante reflexión. En los congresos internacionales de educación matemática, particularmente en Adelaida (ICME-4, 1984) y Budapest (ICME-5, 1988), se convirtió en una corriente esencial para poner en práctica tratamientos didácticos enfocados a procesos específicos de resolución. En esta década fue objetivo principal de la enseñanza de la matemática, según la recomendación del documento *An agenda for action* publicado por la Asociación Nacional de Profesores de Matemáticas de los Estados Unidos (NCTM)

Desde entonces, la preocupación en las escuelas, instituciones e investigación, porque la resolución de problemas ^[1] fuese una actividad del pensamiento, ha generado una inquietud de búsqueda de solución a un problema que, cada vez más, se identifica como “fracaso escolar”. Los datos que se recogen, antes de realizar la investigación, revelan una incorrecta aplicación de los conocimientos a las situaciones problemáticas y una elección de estrategias procesales en las que, generalmente, interviene el azar y no el razonamiento; la impetuosa necesidad de llegar a un resultado es lo que más le importa al alumno. La iniciativa, la creatividad, la concentración y la asimilación de técnicas de base en la resolución de situaciones, son escasas y están subrayadas por una reiteración de movimientos apoyados en la imitación de intenciones vacías - muchas veces no comprendida-, y, por lo tanto, desnaturalizada en los procesos y resultados. La participación, la autoestima y la seguridad del alumno, así como el gusto por la tarea mencionada, intervienen habitualmente de forma negativa. El informe del Instituto Nacional de la Calidad y Evaluación (INCE) ^[2], titulado *Evaluación de la Educación Primaria. Lo que aprenden los alumnos de 12 años*, ha puesto de relieve una vez más que el área de matemáticas sigue siendo la “cenicienta” en el boletín de notas de nuestros escolares. El Servicio de Inspección Técnica de Educación, dentro del Plan General de Actuación, recoge y analiza, anualmente, las calificaciones otorgadas a los alumnos en las diferentes áreas o asignaturas de los niveles de enseñanza no universitaria, a partir de una muestra de alumnos de centros públicos y privados del territorio MEC. En estos informes la asignatura que se identifica como más difícil es la asignatura de matemáticas, por obtener las calificaciones más bajas en comparación con las demás áreas.

2. OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN

La finalidad principal fue la aplicación y evaluación de un Programa de *invención-reconstrucción* de situaciones problemáticas. Con él se pretende vincular la construcción de la situación problemática, llevada a cabo por el alumno, con la mejora del rendimiento en la resolución de problemas matemáticos.

- Comprobar si las dificultades más habituales de los alumnos de Educación Primaria, que originan el fracaso en la resolución de problemas matemáticos, disminuyen en la medida en que el alumno interviene como protagonista activo en la construcción de las situaciones que resuelve.

- Evaluar en qué medida el Programa de Intervención permite que los alumnos de Educación Primaria mejoren el rendimiento en la resolución de problemas matemáticos.

3. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA DE LA INVESTIGACIÓN

La observación de distintos contextos escolares, la comunicación con el personal docente y la documentación leída sobre el tema nos advierten generalmente de un bajo rendimiento de los alumnos en la resolución de situaciones problemáticas; este dato está en relación directa con el aspecto madurativo, intelectual, de actitud, de seguridad y confianza, de razonamiento, creatividad, observación, claridad de conceptos y respeto y autocontrol, entre otros. La habitual falta de participación en la actividad, así como el deseo de llegar imperiosamente, y de cualquier forma a una solución, por absurda que ésta sea, genera una preocupación en la comunidad educativa.

Por otro lado, nuestros alumnos se encuentran con lo que se llamará: "programa tradicional". Entendemos por "Programa Tradicional" en la resolución de problemas matemáticos, tanto la realización de estas actividades de forma rutinaria, cuyo único objetivo es llegar a la solución esperada, como aquellas actividades que se presentan de forma completa (Enunciado-Pregunta) sin posibilidad de construcción, y cuya resolución depende de la imposición de lugar en la secuenciación de un tema; sin hablar de la verificación del problema que consiste en la aprobación, por el profesor, de la validez de la estrategia. Las situaciones problemáticas que aparecen en los cuadernos de trabajo que se utilizan o en el libro de texto elegido se alejan considerablemente de sus experiencias e intereses, dejando al margen cualquier brizna de participación imaginativa que pudiera nacer en el aula; desconsiderando, por la inexistencia de campos de posibilidades de acción creativa, la motivación, que sirve para actualizar sus necesidades. La seguridad que ofrece poder equivocarse como canal de investigación en el proceso del aprendizaje queda, también, anulado por la subjetividad que enmarca el celo que los profesores tenemos de clasificar con los criterios "bien" o "mal", las ideas de nuestros alumnos, en vez de ofrecer oportunos desafíos y contraejemplos que ayuden a crear recursos de continuidad para llegar a válidas conclusiones.

La asociación Nacional de Educación, en una declaración de 1961 titulada *El objetivo central de la educación*, expone: "El objetivo que dirige y fortalece a todos los otros objetivos de la educación -el hilo común de la educación- es el desarrollo de la capacidad para pensar" (Mayer, 1986:91) Una de las funciones más representativas de la resolución de problemas consiste en ayudar a los alumnos a acercarse lo más posible a ese objetivo central.

Buscando resultados más positivos en el aprendizaje para la resolución de situaciones problemáticas, y como posible solución, se elabora un programa de intervención -creado en su totalidad por el autor de este artículo-, que se apoya en la invención-reconstrucción de situaciones problemáticas por los propios alumnos, orientando la generación de ideas a partir de su vocabulario, desde sus conocimientos y experiencias^[3].

A partir de los objetivos propuestos y del contexto expuesto, se hace necesario indicar que nuestro estudio se dirige a dar respuesta al siguiente problema: ¿La invención-reconstrucción de situaciones problemáticas mejora significativamente el rendimiento de los alumnos de Educación Primaria, en los resultados que se obtienen sobre la resolución de problemas matemáticos?

4. HIPÓTESIS DE LA INVESTIGACIÓN

Las hipótesis canalizan el estudio de la efectividad de la investigación como proceso constructivo. Son, quizás, esas dudas que propone la razón con la finalidad de encontrar propuestas razonables. *"Si la indagación empieza con la duda, concluye con la institución de condiciones que eliminan la necesidad de dudar. El último estado de cosas puede designarse mediante las palabras creencia y conocimiento."*(Dewey, 1910:7; en Russell, 1985:110)

HIPÓTESIS: El programa educativo de invención-reconstrucción de situaciones problemáticas, desarrolla capacidades y habilidades necesarias para mejorar el rendimiento de los alumnos de Educación Primaria, en la resolución de problemas matemáticos, de forma más eficaz que un programa tradicional.

5. METODOLOGÍA Y DISEÑO DE LA INVESTIGACIÓN

La investigación pretende evaluar los efectos de un Programa de Intervención Educativa sobre *invención-reconstrucción* de situaciones problemáticas. Este Programa constituye la variable independiente; al ser el mediador hipotético de los cambios esperados, para la formalización del análisis sobre lo que el Programa pueda, o no, realizar, no se aplicará a la totalidad de los alumnos que representen la muestra, localizando, así, Grupos de Control; los grupos de alumnos que lo utilicen se consideran Grupos Experimentales.

El diseño de esta investigación es un diseño cuasi-experimental comparativo de dos grupos, sobre un total de cuatro grupos de alumnos de Educación Primaria, desde el tercer curso hasta el cuarto. De estos cuatro grupos, dos se presentan al azar, en condición de experimentales, ocupando los otros dos la condición de grupos de control. Se activa un estudio comparativo de dos grupos - experimental y control- en cada uno de los distintos cursos del segundo ciclo de la Educación Primaria. Al pertenecer los sujetos de cada curso a dos estados de control se subraya en el diseño la característica: Pretest-Postest.

GRUPO	PRETEST	INTERVENCIÓN	POSTEST
EXPERIMENTAL A	T1	X	T3
CONTROL B	T2		T4

El conocimiento de los efectos de la aplicación del programa se apoya en la preintervención-postintervención, en concreto hablamos de un diseño: Pretest-Intervención - Postest; lo que permite una inferencia válida de las relaciones entre las variables dependientes e independiente, al comparar los resultados de los grupos experimentales y los grupos de control. Así, pretendemos estudiar la validez interna, observando si los cambios producidos en las variables dependientes son causa de la variable independiente, y la validez externa en tanto a la posibilidad de generalizar las conclusiones que se obtengan, desde la metodología^[4] utilizada.

Dadas las múltiples negativas de numerosos colegios a los que se les solicitó la apertura a la investigación, **la muestra** quedó muy reducida: 208 alumnos. Este dato, que no es indicativo en la calidad de la investigación, hace que el diseño

sea representativo sólo para los niveles elegidos del Centro donde ésta se realiza.

5.1. DISEÑO GENERAL DE VARIABLES

Las variables relacionadas con la investigación hacen un total de 33 variables y se clasifican en cuatro grupos:

1. VARIABLE INDEPENDIENTE
2. VARIABLES DEPENDIENTES, distribuidas en tres subgrupos:
 - DE APTITUD o APTITUDINALES: Atención; Memoria; Razonamiento Lógico; ...
 - DE APRENDIZAJE PARA LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS O COGNITIVAS (de RENDIMIENTO): Comprensión de conceptos matemáticos; Elaboración de estrategias de resolución; Selección de información; Precisión de cálculo.
 - DE INTERACCIÓN SOCIAL O SOCIALES: Participación; Confianza; interés; Apatía; Retraimiento; ...
3. VARIABLES INTERVINIENTES. Metodología empleada; Dificultad ante el aprendizaje de la matemática; Asistencia a clase; Nivel socio-cultural de la familia; ...
4. VARIABLES DE IDENTIFICACIÓN: Número de sujeto; Edad; Sexo; ...

5.2. INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN

Estos instrumentos se agrupan en tres planteamientos de análisis:

- Grado de Satisfacción
- Evolución Psicopedagógica
- Alcance del Material entregado al alumno

Tras una profunda revisión de los instrumentos de evaluación que hay en el mercado, se procedió a la selección específica de algunos de los que presentaron una aceptable fiabilidad de medición de las variables; otros, se tuvieron que elaborar. El criterio fundamental de su elección y elaboración fue la adecuación de su contenido a las variables descritas en la investigación; viabilidad de contrastación de las hipótesis, tanto en la evaluación del proceso, como en la evaluación del producto.

5.3. TRATAMIENTO ESTADÍSTICO DE LOS DATOS

Para el Tratamiento estadístico de los datos, efectuamos una serie de análisis que exponemos a continuación:

1. -Análisis descriptivos y gráficos, a partir de los cuales pudimos observar de cada grupo (Experimental antes "1"; Control antes "2"; Experimental después "3"; Control después "4"), las puntuaciones medias obtenidas, su desviación típica, el error típico y el intervalo de confianza para la media, al 95%. Para observar con mayor claridad el incremento de las puntuaciones medias del grupo experimental, por un lado, y del grupo de control, por otro, se representará gráficamente.

2. -Test no paramétricos, nos sirvieron para determinar hasta qué punto los datos muestrales se ajustan a una distribución teórica. Este estudio se realiza con todos los datos; fase pretest y postest. Se aplica la prueba de Kolmogorov-Smirnov.

3. -Análisis paramétrico unifactorial de la varianza para el contraste de hipótesis estadísticas. Para comprobar si el cambio pretest-postest en cada una de las variables estudiadas difirió en cada una de las aulas, respecto a la utilización, o no, del Programa de intervención (Variable independiente) Debemos estudiar si los cambios han sido significativos y si estos se han debido a la utilización del programa, verificando su repercusión en los grupos experimentales. Analizamos el estadístico F y su significación (Sig. F) para los 4 niveles de grupos. Si la F global del análisis de la varianza es significativa ($p < 0.05$), sólo se puede concluir que, por lo menos, dos niveles de la variable producen distintos efectos en la variable dependiente. Para investigar en que niveles se dan esas diferencias significativas, establecemos comparaciones múltiples, mediante la prueba T de Student.

El contraste de hipótesis estadísticas lo apoyamos en el contraste de igualdad de medias de dos poblaciones normales de varianzas desconocidas, tal que el número de sujetos del grupo experimental mas el número de sujetos del grupo control es mayor que 30 (Exp. + Cont. > 30), siendo el grupo de control y el experimental equitativos en tanto al número de sujetos (En el curso de 3° --> Exp.= 26 sujetos y Cont.= 25 sujetos; En el curso de 4° --> Exp.= 26 sujetos y Cont.= 27)

El contraste se realiza con las medias de los grupos 1 y 3, por una parte, y de los grupos 2 y 4, por otra. El contraste es bilateral considerando como hipótesis nula que las medias obtenidas por un grupo, antes y después, son iguales. Y como hipótesis alterna la existencia de diferencias en las medias obtenidas. La existencia de diferencias significativas nos haría rechazar la hipótesis nula y aceptar la hipótesis alternativa.

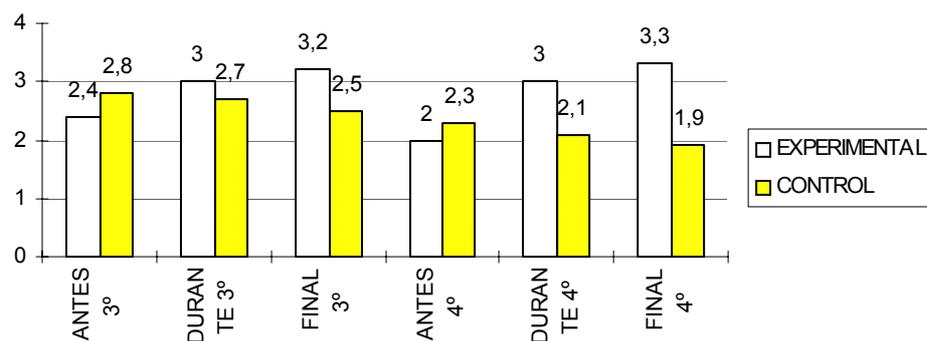
6. RESULTADOS DE LA INVESTIGACIÓN

■ Durante el proceso de la investigación, el gusto por la resolución de problemas destaca con rapidez. Con relación a esto, se expresaban los profesores con admiración de forma anecdótica al indicar que eran los niños los que les sugerían, una y otra vez, “jugar” a resolver problemas; algo impensable para ellos pero que ratificaba la utilización del programa, del que subrayaban, principalmente, el potencial de estimulación para realizar con agrado las actividades propuestas. Las anotaciones recogidas sobre el gusto por la resolución de problemas, en el proceso de la investigación, indican que disminuyen las valoraciones negativas y aumentan las positivas. Trayectoria positiva que, en el curso de 3°, pasa de un 46% a un 77 %, y en el curso de 4°, de un 35 % a un 92 % de los alumnos.

El grado de satisfacción presentado por los sujetos de los grupos experimentales es más positivo que el grado de satisfacción que muestran los sujetos de los grupos de control. El programa de invención-reconstrucción de situaciones problemáticas favorece la actitud positiva hacia la resolución de problemas matemáticos. El siguiente gráfico muestra una valoración media del grado de satisfacción experimentado en el proceso.

Nos indicaban si resolver problemas de matemáticas: (0) Nunca les gustaba; (1) les gustaba poco; (2) algunas veces; (3) casi siempre; (4) siempre.

GRADO DE SATISFACCIÓN

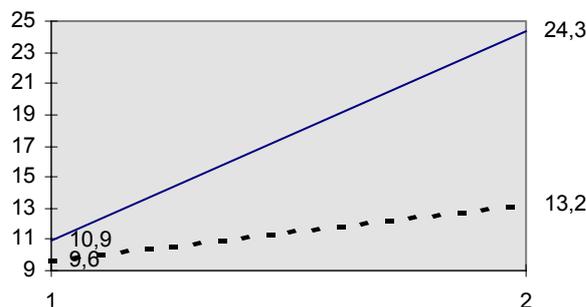
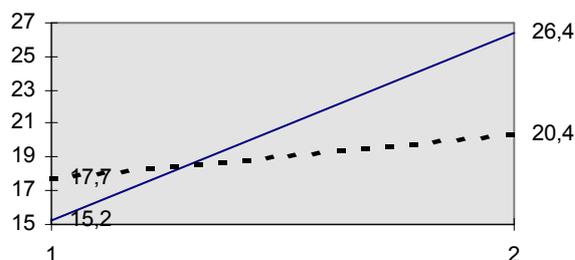


- La variable: Resolución de problemas matemáticos (RP), estudia la capacidad del sujeto para resolver con éxito problemas relacionados con las cuatro operaciones básicas. La utilización correcta de una dinámica de relaciones lógicas, conceptuales y matemáticas para la resolución válida de un problema.

En el curso de 3º la Razón F indica que los cambios Pretest-postest fueron significativos al 100%. Al observar las medias obtenidas por los distintos grupos vemos que el grupo experimental obtiene una media superior respecto a los demás grupos. Las diferencias de medias en el grupo experimental (3-1) es de 13.4 puntos, mientras que en el grupo control(4-2) es de 3.6 puntos. Es de interés mostrar que en la fase postest la diferencia entre los grupos experimental y control es de 11.1 puntos, frente a 1.3 puntos de diferencia obtenida en la fase Pretest. El grupo experimental es el único grupo que está por encima de la media obtenida por el conjunto de la muestra.

En el curso de 4º la Razón F también indica que los cambios Pretest-postest fueron significativos al 100%. Al observar las medias obtenidas por los distintos grupos vemos que el grupo experimental obtiene una media superior respecto a los demás grupos. Las diferencias de medias en el grupo experimental (3-1) es de 11.3 puntos, mientras que en el grupo control (4-2) es de 5.3 puntos. El grupo que obtuvo resultados inferiores a todos los demás, en el curso de 4º, fue el grupo experimental en la fase pretest.

Tanto en el curso de 3º como en el curso de 4º no se han presentado diferencias significativas (postest-pretest) entre los grupos de control. Estos resultados muestran el efecto relevante producido, en la variable RP, por el programa de intervención de “invención-reconstrucción de situaciones problemáticas”, que favorece, en un incremento superior significativo de los resultados obtenidos, a los alumnos que lo han utilizado.

(RP) 3º LINEA DISCONTINUA GRUPO CONTROL**(RP) 4º LINEA DISCONTINUA GRUPO CONTROL**

- Respecto a los aspectos de habilidades sociales evaluados, la utilización del programa presenta diferencias significativas positivas en los aspectos facilitadores de la conducta social (Confianza, participación, actitud de escucha, ...) Sin embargo, no presenta esas diferencias en los aspectos perturbadores (apatía, retraimiento,...) que, aunque disminuyen en los grupos experimentales, no se consideran significativas .

7. CONCLUSIONES DERIVADAS DE LA INVESTIGACIÓN

Relaciones cognitivas, sociales y afectivas determinan y estructuran la dimensión operativa de la formación del individuo en la contextualización de su entorno. La *invención-reconstrucción* de situaciones problemáticas establece una concordancia significativa con las relaciones psicosociales educativas y relaciones cognitivas, necesarias para enfrentarse con éxito a la resolución de problemas matemáticos; a la oportunidad de adaptar, de renovar, reorganizar, cambiar, seleccionar, de realizar, de crear.

Los resultados de la investigación señalan un incremento significativo en los alumnos de los grupos experimentales, en la exposición de técnicas y destrezas, que sobresalen por el énfasis creativo con el que se desenvuelven para la construcción y resolución de los problemas matemáticos propuestos. De estos resultados, se puede concluir lo siguiente:

- *Cuánto más incompleta se presente una situación problemática, capaz de ser reconstruida por el alumno, mayor es la posibilidad que tiene de ser consciente de las relaciones que intervienen en su resolución. Las situaciones que se presentan de forma completa y terminada debilitan el aprendizaje, al ignorarse*

la dinámica de relaciones intelectuales que han intervenido en el proceso de su construcción.

- *La invención de situaciones problemáticas permite al alumno descubrir el error y reconocerlo para evitarlo en la construcción de nuevos conocimientos. La concienciación del error es, para el alumno, reflexión, y para el profesor, disminución de la ignorancia que posee sobre lo que sus alumnos desconocen. Tal conocimiento adquiere un significado que da utilidad al medio en el que se desenvuelven las relaciones de enseñanza-aprendizaje. El diagnóstico, la detección, corrección y superación de los errores, como parte legítima de los procesos de mejora en el rendimiento de la resolución de problemas matemáticos, ha surgido en un marco conceptual consistente, basado en la aplicación de los modelos utilizados en el Programa de Intervención.*

EL PROGRAMA DE INTERVENCIÓN COMO VARIABLE INDEPENDIENTE

En el programa se incluyen seis metamodelos de aplicación: **Generativos; Estructuraciones; Enlaces; Transformaciones; Composiciones; Interconexiones.** Con estos seis metamodelos aparecen cuarenta y nueve modelos de situaciones problemáticas. Se intenta con ellos, en primer lugar, favorecer la seguridad con la que el alumno se enfrenta a la resolución de las distintas situaciones y, en segundo lugar, desarrollar la fecundidad matemática a partir de elementos sencillos, fácilmente reconocidos en su entorno y ligados a su experiencia. De otra forma resultaría: *“Didácticamente equivocado, conceptualmente hipertrófico, científicamente inútil e históricamente absurdo”*, utilizando palabras de Pascal, como las refiere Rey Pastor (1981: 8).

METAMODELOS Y MODELOS DE SITUACIONES PROBLEMÁTICAS

GENERATIVOS. Deberían ser las primeras situaciones a las que se enfrentase el alumno, aunque no deban ocupar únicamente esos primeros lugares. Desarrollan la confianza y seguridad de los alumnos en sí mismos. Ayudan a generar ideas y a utilizar el razonamiento lógico. La operación queda subordinada al pensamiento, del que se desprende divergencia y flexibilidad. Ayudan a percibir la estrategia como vía de solución y a buscar, a posteriori, la operación válida para dar cuerpo al proceso de resolución. El número es algo secundario. Permiten retener el desafío central a partir del cual se reflexiona. Se percibe la importancia de la ausencia de arbitrariedad en los problemas. Se desarrolla la atención, la actitud crítica, la capacidad de tolerancia, colaboración y solidaridad respecto a las ideas de los demás.

Modelos Generativos:

1.- *Situaciones sin número.* Se presenta un problema en cuyo enunciado y pregunta no aparecen datos numéricos. Para llegar a la solución no se necesita operación alguna. **** Se dejan caer, una pelota que está encima de un armario y una pelota que está encima de una silla. ¿Qué pelota llegará antes al suelo? ¿Se han dejado caer las dos pelotas a la vez? ¿Dónde has supuesto que estuviera la silla? Es el armario más alto que la silla? ¿Podría estar la silla en una posición más alta que el armario?**

2.- *Informaciones de las que se puede deducir algo.* Se presentan informaciones, sin pregunta alguna: Puede ser una frase, una portada de un libro, un cartel publicitario, una lista de precios,... La realización de la actividad consiste en deducir ideas y clasificarlas en: lógicas -aquellas que son verdad o mentira para todos- y no lógicas; así como, posibles -muy posibles, poco posibles- e imposibles. **** Roberto tiene monedas de duro y Sonia monedas de peseta. ¿Quién de los dos se puede comprar más cosas?**

3.- *Situaciones cualitativas.* Se presenta un enunciado y una pregunta con sentido lógico pero de forma incompleta para llegar a la solución. Se va completando todo lo que se necesite en la medida en que el alumno lo vaya pidiendo. ** *El lunes leí las 30 primeras páginas de un libro que empecé. El martes lo acabé. ¿Qué día leí más páginas de ese libro?*

4.- *Enunciados abiertos.* Se le da al alumno una información: A partir de una frase, de una foto, de un dibujo, de un esquema, de un titular de un periódico, un prospecto, una programación de televisión... Su labor consiste en inventar una situación problemática en la que utilice esa idea. ** *Inventa un problema y resuélvelo a partir de lo que te sugiera una de estas frases: "Muchos de los accidentes son por culpa del alcohol" " Una buena alimentación ayuda a no coger mucho peso"*

5.- *Problemas de lógica.* No interviene el algoritmo. Utilización del razonamiento por deducción, inducción y analogía. ** *Ayer fue Viernes. - Dije ayer. ¿Qué día será mañana?*

De **ESTRUCTURACIÓN.** Ayudan a estructurar mentalmente las partes que componen el problema: Enunciado, pregunta, resolución, solución. Se percibe la importancia de cada una, la relación que tienen y la no-arbitrariedad entre ellas. Al implicar al alumno en la construcción del problema interpreta mentalmente la situación problemática, utilizando las operaciones matemáticas como instrumentos para la resolución de las estrategias elegidas; distingue la solución del problema de la resolución de éste y es capaz de estimar con razonamiento lógico la validez del resultado debido a que ha utilizado la reversibilidad de los procesos operativos como técnica de verificación. Se es consciente de que un mismo resultado se puede corresponder con diferentes situaciones planteadas; donde un alumno suma, otro resta. Del mismo modo se es consciente de que una misma operación o conjunto de operaciones da lugar a la creación de una amplia diversidad de situaciones. Se observan interesantes razones para respetar las ideas de los demás.

Modelos de Estructuración:

6.- *Inventar y resolver un problema a partir de una solución dada.* El alumno creará el enunciado, la pregunta y el proceso que se pueda corresponder con la solución de partida. ** *Inventa un problema cuya solución sea 16 páginas.*

7.- *Inventar y resolver un problema a partir de una expresión matemática.* Creación de un enunciado y pregunta que se corresponda con el contenido de relación aplicativa de la expresión de partida. ** *Inventa un problema que se resuelva mediante la siguiente expresión matemática: $(16 + 7 - 4) \times 5$*

8.- *Inventar y resolver un problema cumpliendo dos condiciones: Llegar a la solución dada y aplicar la/s operación/es indicada/s.* ** *Inventa y resuelve un problema. Operaciones (+ y -) Solución: 796 Un dato numérico del enunciado no se debe utilizar en la resolución del problema -(Dato no significativo)*

9.- *Inventar y resolver un problema cumpliendo dos condiciones: Llegar a la solución que se nos ha indicado y utilizar (todos/no todos) los datos numéricos que se nos han dado.* ** *Elige entre estos datos: " 315, 201, 192, 798, 405 ", para inventar un problema cuya solución sea 597 sellos.*

ENLACES. Ayudan a encontrar la concordancia lógica entre enunciado-pregunta-solución; se trabaja con variables de relación entre estas partes: variables sintácticas, lógicas, matemáticas, creencias sociales, experiencias propias. Desarrollan la atención y la prudencia en el trabajo. Evitan la dependencia de la asociación de formas lingüísticas con la aplicación de operaciones. No interviene el azar en la utilización de los datos; se percibe el significado de éstos dentro de la

situación problemática. Se comprende que no todos los problemas presentan datos numéricos y que no todos los datos de un problema son numéricos.

Modelos de Enlaces:

10.- Expresar preguntas y responderlas a partir de un enunciado dado. La labor del alumno consiste en crear preguntas que se puedan contestar teniendo en cuenta, únicamente, el enunciado de partida.** *Escribe preguntas que se puedan responder a partir del siguiente enunciado: "Sonia ha estado viendo la televisión 137 minutos. Ramón ha estado viendo la televisión 29 minutos menos que Sonia"*

11.- Expresar las preguntas que se corresponden con el enunciado y la operación. Se tiene un enunciado y preguntas en blanco. Cada una de esas preguntas lleva indicada la operación que se tiene que utilizar para obtener sus respuestas. ** *Escribe preguntas a partir del siguiente enunciado, fijándote en la operación que tienes que utilizar para responderlas: "Joaquín tiene dos cuadernos de Plástica. El cuaderno número 1 es para pintar y le ha costado 147 pesetas. El número 2 es para recortar y le ha costado 394 pesetas." _____? Operación: Sumar; _____? Operación: Multiplicación; _____? Operación: Restar*

12.- Expresar las preguntas que se corresponden con el enunciado y la expresión matemática. Se tiene un enunciado y preguntas en blanco. Cada una de esas preguntas señala la expresión matemática que se debe utilizar en el proceso de resolución.** *Un señor A gana en cuatro meses 536.000 ptas. Un señor B gana en un año 1.176.000 ptas. Un señor C gana en 24 meses 4.800.000 ptas. Sabiendo que las mensualidades de cada uno son siempre iguales, escribid la pregunta, según corresponda:*

_____? $(536.000 : 4)$; _____? $(1.176.000 : 12) \times 5$

_____? (536.000×3) ; _____? $(4.800.000 : 2)$

_____? $(1.176.000 : 4)$; _____? $(4.800.000 : 24) \times 12$

_____? $(536.000 : 4) + 536.000$; _____? $(1.176.000 : 365)$

13.- Expresar las preguntas que se corresponden con el enunciado y la solución. Se presenta un enunciado con preguntas en blanco. Cada pregunta tiene una solución dada.** *Escribe la pregunta, según corresponda: La catedral de Sevilla se comenzó a construir en el año 1402 y se terminó en el año 1519. Su planta es rectangular. La catedral de Santiago de Compostela, en Galicia, se construyó del año 1075 al año 1128.*

_____?Sol.: 274 años ; _____?Sol.: 4.692 meses

_____?Sol.: No ; _____?Sol.: La catedral de Santiago

_____ ?Sol.: No se puede saber con los datos que se tienen

14.- Inventar un enunciado que se pueda corresponder con una pregunta dada, y resolver el problema: utilizando todos los datos del enunciado / sin utilizar todos los datos del enunciado. ** *Inventa un enunciado y resuelve el problema: ¿Cuántos libros tengo que meter en cada caja sabiendo que en cada caja hay un libro más que en la anterior?*

15.- Inventar un enunciado que se corresponda con: una pregunta dada y una solución dada, y resolver el problema: utilizando todos los datos del enunciado / sin utilizar todos los datos del enunciado. ** *¿Cuántas páginas le quedan a Susana por leer? Sol.: 32*

16.- Inventar un enunciado que se corresponda con: una pregunta dada y la operación/ es a seguir en el proceso de resolución, y resolver el problema. ** *Inventa un enunciado para cada una de las siguientes preguntas. Resuelve los problemas con la operación que se indica en cada caso:*

¿Cuántas gallinas hay dentro del corral? Operación: Sumar

¿Cuántas gallinas hay dentro del corral? Operación: Restar

17.- Inventar un enunciado que se corresponda con: una pregunta dada y el proceso de resolución dado. ** Se te presenta la pregunta y el proceso de resolución de un problema. Escribe un enunciado que se corresponda utilizando tres datos numéricos, y sólo tres. *¿ Cuánto costó cada regalo?*

$57.000 - 8000 = 49.000$; $57.000 + 49.000 = 106.000$;

$106.000 - 30.000 = 76.000$

Solución: _____ pts; _____ pts; _____ pts

18.- Inventar un enunciado que se corresponda con: una pregunta dada, la solución del problema dada y los datos numéricos dados que deben aparecer en el enunciado. Resolver el problema: utilizando todos los datos del enunciado / sin utilizar todos los datos del enunciado.** Selecciona los datos numéricos que se indican para construir el enunciado de los tres problemas siguientes. DATOS: 9, 12, 6, 4, 8, 10, 7

¿ Cuántas estrellitas se hicieron para adornar la clase?

Se hicieron 48 estrellitas para adornar la clase

¿Cuántos dibujos pusieron en la pared del pasillo, entre las tres clases? Pusieron 25 dibujos

¿Cuántas excursiones hicieron los niños de tercero más que los niños de segundo? Hicieron 3 excursiones más.

19.- Inventar un enunciado que se corresponda con varias preguntas dadas. Se presentan varias preguntas. La labor del alumno consiste en crear un enunciado, y sólo uno, capaz de dar respuesta a todas y cada una de las preguntas presentadas. ** Inventa un enunciado, y sólo uno, que te permita responder a estas dos preguntas:¿Cuántos minutos esperó Luis más que Arturo? ¿Cuántos minutos esperó Arturo menos que Sara?

20.- Inventar un enunciado, y sólo uno, con el que se pueda responder, y mediante las operaciones indicadas, a todas y cada una de las preguntas dadas. Se presentan varias preguntas acompañadas de la indicación de operación/es que se tienen que aplicar para llegar a su respuesta. ** Inventa un sólo enunciado para que puedas resolver las dos preguntas siguientes, atendiendo a las condiciones que se indican:¿ Cuántos pasteles había en las siete bandejas? Operación: X; ¿Cuántos pasteles quedaron? Operación: +

21.- Inventar un enunciado, y sólo uno, que se corresponda con: varias preguntas dadas y las soluciones que acompañan a todas y cada una de ellas. Comprobar el problema.** Inventa un sólo enunciado que se corresponda con las preguntas y sus soluciones: ¿Cuántos litros de vino hay en los tres barriles? 290 litros; ¿Cuántos litros de vino hay en el barril A más que en el barril C? 10 litros; ¿Cuántos litros de vino hay en dos de esos barriles? 200 litros

22.- Inventar un enunciado, y sólo uno, en el que aparezcan los datos numéricos dados: utilizando todos en el proceso/sin utilizar todos en el proceso, que se corresponda con: varias preguntas dadas y las soluciones que acompañan a todas y cada una de ellas. ** Elige entre los siguientes datos para construir un sólo enunciado que se corresponda con las preguntas y soluciones dadas: 1.050, 3, 9, 12, 150

¿Cuánto dinero ha puesto cada amigo? 350 pts; ¿Cuántas tortillas se han comprado? 3

De **TRANSFORMACIÓN**. Utilización de una diversidad de enfoques y pluralidad

de alternativas. Hay un dinamismo de relaciones mentales que implican el desarrollo de un pensamiento matemático. Se consolidan conceptos. Se provoca la atención a los elementos con que se representan las magnitudes que intervienen en las situaciones. Utilización de método de Análisis y método de síntesis. Ayudan a la autocorrección y a establecer relaciones de semejanza y diferencia entre las estrategias de resolución de situaciones problemáticas.

Modelos de Transformación:

23.- Cambiar los datos necesarios del problema, que ya ha sido resuelto, para obtener una solución dada y distinta a la que ya se obtuvo anteriormente. ** Sara sale de su casa con 2.000 ptas. Gasta 600 pts en el cine y 580 pts en un taxi para volver a casa. Antes de coger el taxi entró en unas tiendas. Volvió a casa con 240 ptas. ¿Compró algo en aquellas tiendas? ¿Qué cambiarías del enunciado para que la respuesta a la pregunta anterior fuese: NO?

24.- Cambiar los datos del problema, que ya ha sido resuelto, para obtener la misma solución que se obtuvo anteriormente. Se parte de un problema fácil y posible de realizar por todos los alumnos. Se van cambiando los datos por otros más complejos, pero equivalentes, para que no hagan variar la solución del problema. ** María tiene 1500 ptas. Su papá le da 380 ptas. Ahora María tiene mucho dinero y decide gastarse 590 pts en pegatinas. ¿Cuántas pesetas le quedan a María después de gastarse ese dinero en pegatinas? Cambia dos datos numéricos del enunciado sin que varíe la solución del problema. Cambia todos los datos numéricos del enunciado sin que varíe la solución del problema. ¿Podrías cambiar un sólo dato del enunciado sin que varíe la solución del problema?

25.- Añadir o Eliminar información de un problema, que ya ha sido resuelto, para que la solución no varíe. ** Resuelve el siguiente problema y, una vez resuelto, redáctalo dejando la mínima información que te permita llegar a la solución del problema sin que ésta varíe: "Un señor, que es dueño de una tienda, tiene, actualmente, 57 años y es padre de tres hijos de edades consecutivas. La suma de las edades de sus hijos es 78 años. El primero de ellos nació cuando este señor tenía 20 años, el segundo cuando tenía 21 años y el tercero cuando tenía 22 años. ¿Qué edad tienen, actualmente, los hijos de este señor?"

26.- Cambiar los tiempos verbales en los que se expresa un problema, que ya ha sido resuelto. Resolver el nuevo problema. Observar y comparar las soluciones de ambos.

27.- Cambiar lo que sea necesario, y sólo si es necesario, de un problema, para que el proceso de su resolución, que se presenta, sea correcto. ** El cubo rosa pesa 8 Kg, el cubo azul pesa 12 Kg y el cubo verde pesa 15 Kg Cuántos Kg pesan todos los cubos? $8 \text{ litros} + 12 \text{ litros} + 15 \text{ litros} = 35 \text{ litros}$ caben en los tres cubos llenos.

28.- Averiguar el dato falso de un problema, dándoles la solución correcta. Existe un dato, y sólo uno, que no nos permite llegar a la solución expresada. ** Averigua el dato falso del enunciado, sabiendo que hay uno, y sólo uno, y que la solución del problema es la correcta. "En una hucha hay el mismo número de monedas de cada clase. Hay doce monedas de 25 pts, doce monedas de 1 pts y doce de 10 ptas" ¿Cuánto dinero hay en esa hucha? Sol.: 480 pts

29.- Cambiar la pregunta de un problema, que ya ha sido resuelto, para que la nueva solución sea la misma que la que se obtuvo anteriormente.

** Un niño tiene en su hucha tres monedas de 25 pts, diez monedas de 5 pts y tres monedas de 100 ptas. ¿Cuántas clases distintas de monedas tiene en su hucha?

30.- Cambiar el orden en el que aparecen las proposiciones del enunciado de un problema, que ya ha sido resuelto. Resolver el nuevo problema. Observar y comparar ambas soluciones.

31.- Cambiar la expresión afirmativa/negativa de las proposiciones de un

enunciado. Se resuelve un problema en cuyo enunciado intervienen dos y solo dos proposiciones. Una vez resuelto, se niega la primera proposición, y sólo esa. Se crea un nuevo problema que se resuelve. A continuación, se niega la segunda proposición, y sólo esa. Se crea un nuevo problema que se resuelve. El último paso consiste en negar las dos proposiciones, se resuelve el problema resultante. Se observan las dificultades de precisar la solución, se comparan las cuatro soluciones.** *Juan se gastó más dinero que Luis. Luis se gastó más dinero que Javier. ¿Quién de los tres se gastó más dinero?*

32.- Cambiar la conjunción por disyunción, y viceversa. Resolver los problemas. Observar y comparar las soluciones.** *Compraré un kilo de lentejas de 560 ptas/kilo y compraré dos kilos de judías pintas de 870 ptas/kilo o tres kilos de judías blancas de 720 ptas/kilo. ¿Cuánto dinero pagaré por esa compra?*

33.- Negar las proposiciones del enunciado de un problema y cambiar la pregunta para que la solución no varíe. Los pasos son los mismos que se han seguido en el modelo 31, la diferencia consiste en que el alumno, una vez realizadas las negaciones, cree una pregunta para todos y cada uno de los nuevos problemas, tal que su solución sea la misma.

34.- Buscar la correspondencia enunciado-pregunta-solución. Se dan varios enunciados, varias preguntas y varias soluciones u operaciones, desordenadas pero que se corresponden entre sí. El trabajo del alumno consiste en buscar la correspondencia enunciado-pregunta-solución.

35.- Mezclar las preguntas de dos problemas. Se presentan dos enunciados de dos problemas distintos. Las preguntas que se corresponden con cada uno de estos enunciados se han mezclado generando un sin sentido de palabras. La realización de la actividad consiste en resolver los dos problemas.** *Se han mezclado las preguntas de los dos problemas siguientes. Descífralas y resuelve los problemas." Para ir de excursión, 115 niños contratan dos autobuses. En uno de esos autobuses viajan 57 niños" "En la biblioteca hay 369 libros de cuentos y 235 libros de poesía" ¿Cuántos en la biblioteca viajan hay ¿ en los otro cuentos? niños Cuántos libros de autobús y de poesía?*

36.- Cambiar los datos de un problema, o problemas, dentro del mismo, o entre ellos. Se advierte al alumno que todos o algunos de los datos que aparecen se han cambiado y no ocupan el lugar que les corresponde. Su labor consiste en dar respuesta a la pregunta del problema o problemas.

** *Ningún dato numérico del siguiente problema está donde le corresponde. Resuelve el problema. " Tengo 120 ptas. Una bolsa de gusanitos cuesta 80 ptas. Una bolsa de patatas cuesta 200 ptas. Una bolsa de pipas cuesta 75 ptas. Me he comprado la bolsa de pipas, aunque era lo más caro, y otra cosa. Me ha sobrado dinero. ¿Qué me he comprado?"*

37.- Mezclar el/los enunciado/s de un/os problema/s. Se presenta un problema cuyo enunciado es un sin sentido porque se ha desordenado, o se presentan dos enunciados mezclados. Se da al alumno lo necesario para que pueda ordenarlos sin ambigüedad alguna y resolver el/los problema/s. ** *Se han mezclado dos enunciados. Sabiendo que los dos problemas tienen la misma solución, escribid los enunciados para que se correspondan con sus respectivas preguntas." Ayer de lectura 682 pts más que Julio. Cada 87 pts Javier tiene 32. Pagué bolígrafo con cuatro libros. Julio un libro y compré. 6 me costó cada billete de 25 pts monedas de 5000 duros y 30 bolígrafos tiene ptas" ¿Cuánto dinero me devolvieron?¿Cuántas pts tienen entre los dos?*

38.- Mezcla de los procesos de resolución de dos problemas. Se presentan dos problemas distintos. Se mezclan los procesos de resolución. La labor del alumno consiste en identificar cada proceso con el problema correspondiente.

39.- Cambiar las preguntas de un problema por una, y sólo una. Se presenta un

problema con varias preguntas. La labor del alumno consiste en buscar una sola en cuyo proceso de resolución se contesten las demás.

De **COMPOSICIÓN**. Ayudan a ver el problema como un todo. Emisión de juicios a partir de relaciones múltiples. Desarrollan la memoria, la observación y la capacidad de demostración; ir hacia atrás y pensamiento reversible. Permiten la autocorrección. Consciencia de la necesidad de lectura tantas veces como sea necesaria. Utilización de método de Análisis, de síntesis y de análisis-síntesis.

Modelos de composición:

40.- Componer el/los enunciado/s de un/os problema/s a partir de todos/algunos de los datos que se ofrecen, y resolver la situación problemática. Se presentan enunciados tal que desde esa forma de presentación se encuentran incompletos para dar respuesta a su pregunta. Se presentan fuera del problema una serie de datos. La realización de la actividad consiste en elegir el lugar necesario de los datos para resolver el problema. **** Necesitamos un detective numérico. A los dos problemas siguientes se les han borrado los datos. Se sabe cuales son, pero no dónde estaban. Juega a ser detective colocando los datos según corresponda.**
DATOS: 3 / 21/ 18 / 6 / 8 / 108 / 48

A) En..... muebles, exactamente iguales, hay un total deestanterías. ¿Cuántas estanterías hay en.....de esos muebles? Sol.: Un dato del problema B

B) Un panadero forma dos filas de cestas de pan. Poniendo en la primera fila menos cestas que en la segunda. En la primera fila pone.....cestas con.....barras de pan en cada una de ellas y en la segunda fila pone.....cestas conbarras de pan en cada una de ellas. ¿Cuántas filas de pan hay en la primera fila de cestas más que en la segunda? Sol.: Un dato del problema A

41.- Completar los datos del enunciado de un problema a partir del proceso de resolución. Se presenta un problema resuelto, de cuyo enunciado se han borrado los datos y se ha dejado el espacio correspondiente para que el alumno lo complete según corresponda. **** Escribe los datos que faltan en el enunciado para que el problema esté bien resuelto: " Sofía se compra sobres de cromos. En cada sobre tienen que venir cromos, pero por un error de fábrica a Sofía le han dado sobres vacíos. ¿Cuántos cromos tiene Sofía?" $17 - 3 = 14$; $14 \times 7 = 98$ Sofía tiene 98 cromos**

42.- Completar los datos del enunciado de un problema a partir de la solución de éste. Se presenta un problema indicando su solución. De su enunciado se han borrado los datos y se han dejado los espacios en blanco. El alumno completará el enunciado según corresponda. **** Completa lo que falte en el enunciado, según corresponda, para que las respuestas sean correctas: " A una panadería llevan 87 barras de pan sin sal y..... barras de pan con sal. La panadería vende 182 barras de pan con sal y vende barras de pan sin sal." ¿Cuántas barras ha vendido en total la panadería? 251 barras; ¿Cuantas barras llevaron a la panadería? 282 barras**

De **INTERCONEXIÓN**. Extensión de las ideas. Apertura mental en la aplicación de los conceptos y operaciones. Desarrollo de la originalidad, imaginación y creatividad. Aportan componentes de interdisciplinariedad y transversalidad. Ayudan a reflexionar sobre la lógica que ha operado en el razonamiento del proceso de resolución de un problema y a distinguir entre lo necesario y lo suficiente.

Modelos de Interconexión:

43.- Inventar un problema con un vocabulario específico dado, y resolverlo. Se le da

al alumno el vocabulario que debe utilizar en la invención. **** Inventa un problema en el que incluyas el siguiente vocabulario, y resuélvelo. Enunciado: "doble", "radiador", "abril" Pregunta: "mes", "día", "agua"**

44.- Inventar un problema con: un vocabulario específico y la operación/es que debe utilizarse para su resolución. **** Inventa un problema en el que incluyas el siguiente vocabulario, y resuélvelo mediante una multiplicación y una suma. Enunciado: "doble", "radiador", "abril" Pregunta: "mes", "día", "agua"**

45.- Inventar un problema con: un vocabulario específico y la solución dada. ****Inventa y resuelve un problema que cumpla las siguientes condiciones: Enunciado: "tecnología", "manufacturados", "bienestar" Pregunta: "obreros", "exportación" Sol.: 12.500 pts**

46.- Resolver problemas que se presentan de forma completa, cuya resolución favorezca la aplicación de los conceptos, operaciones y relaciones lógicas a las necesidades habituales de desarrollo personal, convivencia y relación con el entorno: con solución única, sin solución definida, con varias soluciones. **** Un matrimonio va al mercado. Este matrimonio tiene cuatro hijos y comen, ahora doce kilos de naranjas por semana, ni más, ni menos; sólo doce. Hay una oferta de naranjas de la clase A: Una caja de 40 kilos 3840 ptas. Les parece una oferta interesante cuando comparan el precio de las naranjas de la clase B: Una bolsa de 8 kilos 1280 ptas. Se sabe que las naranjas de la clase B son mejores que las naranjas de la clase A. Se sabe que las naranjas de cualquier clase duran exactamente dos semanas. Este matrimonio está indeciso, quiere tardar el mayor tiempo posible en volver a comprar naranjas y ahorrar el mayor dinero posible en la compra que hagan de naranjas. Podrías aconsejarles: naranjas de la clase A o naranjas de la clase B?**

47.- Seleccionar la información necesaria mediante la consulta de documentación. Se presenta una pregunta que, para su contestación, se requiere la consulta de diccionarios, textos, enciclopedias,... o, simplemente, salir al patio, husmear en los listados de alumnos del colegio,... para recoger la información necesaria. Como nuestros alumnos pertenecen al segundo ciclo de la Educación Primaria, es imprescindible facilitar el éxito de la búsqueda, en la que muchos de ellos perderían el tiempo sin rentabilizar el esfuerzo. Para ello, se pone a disposición del alumno una serie de fichas elaboradas por el profesor -adaptadas, en número y contenido, a la edad del alumno-, entre las que se pueda seleccionar y extraer los datos necesarios para resolver el problema.

48.- Resolver un problema que se presenta de forma distinta a la habitual. Una poesía, un caligrama, lenguaje gráfico: tablas, diagramas; un cuento breve,...

**** ¿En qué número está pensando el poeta?**

Mi cabeza está pensando, / bajo el sol y con sombrero, / un número curioso. ¿Quién lo adivina el primero? / Si lo divido por dos, / el resultado es par / y también menor que diez./ Juega conmigo a pensar, / que al dividirlo por tres / dos menos me quedarán.

49.- Relación entre lógica y matemática.

****¿Qué raras son estas calles! En una calle y sólo en una todos los números son números pares. En la calle A: No todos los números son pares; B: Algunos números son pares; C: Ningún número es par; D: Son pares todos los que son pares; E: Dos números suman 57; F: Si sumo los números de esta calle dos a dos siempre me da un número par; G: No hay ninguno que haya en la calle C; H: Todos los números se pueden dividir exactamente por dos y también todos se pueden dividir exactamente por tres. ¿Qué letra representa a la calle en la que todos los números son pares?**

6. REFERENCIAS Y BIBLIOGRAFÍA

- BAROODY, A. J. (1984): Children`s difficulties in subtraction: some causes and questions. *Journal for Reserch in Mathematics Education* (15), 203-213
- BELL, A. W.; J. COSTELLO; D. KUCHEMANN (1983): *Research on learning and teaching*. Berkshire. Nfer-Nelson-Windsord.
- CARPENTER, T.P. ; J. HIEBERT y M. MOSER (1981): Problem structure and First-grade children initial solution processes for simple addition and subtraction problems. *Journal for research in mathematics education* (12), 27-39.
- COCKCROFT, W.H. (1985): *Las matemáticas sí cuentan*. Madrid. MEC.
- DEWEY, J. (1933): *Cómo pensamos. Nueva exposición de la relación entre pensamiento reflexivo y proceso educativo*. Barcelona. Paidós.
- FERNÁNDEZ BRAVO, J.A. (2000): *Técnicas creativas para la resolución de problemas matemáticos*. Barcelona. Praxis
- FERNÁNDEZ BRAVO, J.A. (1996): “Relaciones psicosociales educativas en la resolución de problemas”. *Comunidad Educativa*, 234, 10-13
- FERNÁNDEZ BRAVO, J.A. (1997): “Evaluación cualitativa de resolución de problemas”. *Comunidad Educativa*, 242,37-40
- FERNÁNDEZ BRAVO, J.A. (1997): “El problema del problema o la ausencia de creatividad” MEC, CPR latina-Carabanchel, nº 11, 24-31
- LESTER, F. (1983): Trends and issues in mathematical problem solving research. En R. Lesh y M. Landau (Eds), *Acquisition of Mathematics Concepts and Proceses*. Academic Press.
- MAYER RICHARD, E. (1986): *Pensamiento, resolución de problemas y cognición*. Barcelona. Paidós.
- NCTM (1990): *Sugerencias para resolver problemas*. México. Trillas.
- NESHER, P. y T. KATRIEL (1977): A semantic analysis of addition and subtraction word problems in arithmetic. *Educational Studies in Methematics* (8), 251-269.
- NOONE, D.J.(1996): *Solucion sus problemas creativamente*. Barcelona. Plaza & Janes.
- POLYA, G. (1992): *Cómo plantear y resolver problemas*. México. Trillas. (17 reimpr.)
- POOPER, K. (1973): *La lógica de la investigación científica*. Madrid. Tecnos. trad. Víctor Sánchez de Zabala. 3 reimpresión
- REY PASTOR, J. (1981): *Elementos de Análisis Algebraico*. Madrid. Biblioteca Matemática
- RUSSELL, B. (1980): *Ensayos sobre educación*. Madrid. Espasa-Calpe. Col. Austral
- RUSSELL, B. (1985): *Escritos básicos I*. Barcelona. Planeta-Agostini

SANTOS TRIGO, L.M. (1996): *Principios y métodos de la resolución de problemas en el aprendizaje de las matemáticas*. México. Grupo Editorial Iberoamérica.

SCHROEDER, T. y F. LESTER (1989): Developing understanding in mathematics via problem solving. En NCTM: *New directions for elementary school mathematics. 1989 Yearbook*. Virginia, 31-42

SHOENFELD, A. (1985): Ideas y tendencias en la resolución de problemas. En *La Enseñanza de la matemática a debate*. Madrid. MEC.

TEULE-SENSACQ, T. y G. VINRICH (1982): Résolution de problèmes de division au cycle élémentaire dans deux types de situations didactiques. *Educational Studies in Mathematics*,(13) 177-203.

[1] Sobre la base de dirigir la atención clara de la formulación "problema matemático", sugerimos que se entienda por tal "el desafío que permite al sujeto comprender qué hay que hacer sin saber cómo hacerlo". Por eso, entendemos que la resolución de problemas es, ante todo, creativa. Cuando en un problema procede una solución numérica, ésta, contrariamente a lo que se cree, no es un número, sino un conjunto de ideas lógicamente entrelazadas que se representan, eso sí, mediante números. "La resolución de problemas constituye la raíz de la invención, el enriquecimiento y la satisfacción" (Noone, 1996: 54)

[2].- El Instituto Nacional de Calidad y Evaluación tiene el cometido de realizar la evaluación general del sistema educativo, elaborar sistemas de evaluación y producir estudios que contribuyan a mejorar la calidad de la enseñanza. En la evaluación participó el 95 % de los alumnos, sobre una muestra de 437 centros y 10.953 escolares. La administración de la prueba tuvo lugar en mayo de 1995. En las pruebas se incluyeron preguntas sobre las actitudes de los alumnos hacia las respectivas materias.

[3] A disposición del alumno hay unos cuadernos cuyas actividades se apoyan en la invención-reconstrucción de situaciones problemáticas. La elaboración de estos cuadernos es primordial para la aplicación práctica del programa de intervención. Ciertamente es que se pretende una mejora significativa en los resultados de los alumnos respecto a la resolución de problemas y, cierto es, que ante un cambio previsto se necesitan agentes de cambio y transformación. La realización de estos cuadernos es, entre otros, uno de esos agentes. A los sujetos experimentales se les aporta, entonces, un material novedoso que se integra en su contexto de una forma distinta y que va a describir unas interacciones específicas. Esta novedad supone ya un cambio. Pero, estando seguros de que todo progreso ha sido efecto de una variación, no podemos afirmar que toda variación suponga un progreso; por tanto, se hace necesario observar en qué medida el cambio que representa la realización de estas actividades se relaciona con la mejoría esperada.

[4] Para señalar el desarrollo metodológico de la investigación, se pueden destacar la realización de las siguientes acciones:

- Revisión de las dificultades más importantes presentadas por los escolares. // Revisión bibliográfica científica sobre el estado actual de lo observado. // Análisis de las posibles causas. // Revisión de los programas actuales. // Objetivos a conseguir en un programa alternativo. // Creación del programa alternativo de intervención educativa. // Objetivos de la investigación. // Clarificación del problema de la investigación y formulación de hipótesis // Propuesta metodológica de investigación. // Diseño de un modelo de validación. // Estudio de contrastación para estudiar la validez del programa alternativo. // Elección del tratamiento estadístico. // Selección de la población y la muestra. // Búsqueda y elaboración de instrumentos de evaluación. // Ejecución de la propuesta metodológica. // Recogida de datos. // Aplicación del tratamiento estadístico. // Análisis de los datos recogidos. // Contrastación de hipótesis. // Conclusiones de la investigación. // Redacción del informe.