

Hacia una revisión crítica de la enseñanza del número de dos cifras

José Antonio Fernández Bravo

Resumen

A través de los resultados obtenidos de una investigación evaluativa y comparada, se presenta una intervención educativa para la enseñanza-aprendizaje del número de dos cifras, que evite dificultades de los alumnos en el estudio de este tema: Dificultad de comprensión, dificultad de diferencia posicional, error de cálculo, confusión entre decenas y unidades, error en la representación numérica, error de secuencia numérica en los cambios de decena, dificultad de aplicación a la resolución de problemas... El proceso de intervención consta de cinco bloques fundamentales: Comprender – Representar – Ordenar – Identificar - Establecer y Aplicar Relaciones.

Abstract

Based on an evaluative and comparative study, this paper presents a case of educational intervention aimed at teaching two-digit numbers that will avoid some of the most salient difficulties encountered by students. The latter include understanding difficulties, difficulties of positional difference, calculation errors, confusion of units and tens, errors in numeric representation, error in numerical sequence on changing tens, difficulties in problem-solving... The intervention process is composed of five main blocks: Understanding – Representing – Ordering – Identifying – Establishing and Applying Relations.

1. Introducción

“El lamentable tipo de educación que reciben los niños en el ámbito escolar con demasiado énfasis en los conceptos abstractos y la memorización rutinaria (...) estanca el desarrollo del substrato numérico instintivo y con ello se derrumba el soporte intuitivo para la adquisición de los nuevos conceptos. A partir de aquí el fracaso en el aprendizaje de las matemáticas está asegurado.” (Dehaene, 1997)

Reconocidos neurocientíficos afirman que no se parte de cero para el aprendizaje del número¹. Nuestro cerebro posee una capacidad numérica genéticamente impresa. Esta facultad que poseemos es el punto de partida para la construcción de un “órgano cerebral” dedicado a la representación de los conceptos numéricos. Aconsejan a la enseñanza de la Matemática: **el desarrollo del razonamiento intuitivo, la manipulación de materiales y el carácter lúdico de las actividades.**

¹ Dantzig (1954); Dehaene (1997); Miranda y Gil-Llario (2001); Starkey y Cooper (1980); Van Hout y Meljac (1998)

Los datos, obtenidos por la observación llevada a cabo durante varios años sobre el proceso de adquisición del número de dos cifras, muestran un bajo rendimiento de los alumnos en su comprensión y aplicación, sobre todo en los cursos escolares siguientes al que ha sido enseñado el número de dos cifras, según el currículum educativo establecido². La causa fundamental se debe al método utilizado en el proceso de su enseñanza³. Este método se apoya, básicamente, en el exagerado seguimiento de los libros de texto que se utilizan en las aulas. Todos los libros presentan el mismo proceso, que conlleva necesariamente a incorporar en los profesores creencias erróneas (Green, 1971; Garofalo, 1989; Thompson, 1992; Pehkonen y Torner, 1996), en este caso, sobre el aprendizaje del número de dos cifras.

Con el número de dos cifras el niño entra en las primeras experiencias que generan una estructura mental para el entendimiento de nuestro Sistema de Numeración. De ahí la importancia de comprender perfectamente lo que estas primeras experiencias ofrecen; los necesarios conocimientos para conquistar con éxito la Numeración y su extensión matemática.

El proceso presentado por los libros de texto enseña los números de dos cifras en orden, empezando por el número *diez* y terminando por el número *noventa y nueve*⁴. Posteriormente, exige la clara distinción entre decenas y unidades. Estudia más tarde sumas y restas con esos números a partir de la técnica de contar (Fernández Bravo, 2005) y recontar. Los resultados de la investigación nos muestran, en relación con la comprensión numérica en su proceso de adquisición: que los números cuyo cardinal de dieces es uno (10, 11, 12, ..., 19) son más difíciles que aquellos cuyo cardinal de dieces es mayor que uno; que las decenas enteras (10, 20, 30, 40, ..., 90) son más difíciles que otros números; que los números más difíciles de identificar por su nombre y comprender son del once al veinte; que la distinción de elementos *diez* y elementos *uno*, constituye la comprensión del número de dos cifras, -por lo que se sugiere que sea el punto de partida y no el punto de llegada-; que el número más difícil de comprender es el número diez (Fernández Bravo, 2004). Los resultados de la investigación muestran serias contrariedades entre la formación del pensamiento numérico del niño y el proceso presentado por los libros de texto.

2. El procedimiento

Los contenidos previos para entrar con éxito en la adquisición y el desarrollo del número de dos cifras, están en el dominio⁵ del número de una cifra; con

² Habitualmente se enseña en las escuelas a los seis años de edad.

³ "Más allá del término está su significado y, por tanto el prejuicio de su diagnóstico: cuándo podemos hablar, o no, de discalculia; son muchos los investigadores y estudiosos del tema los que agregan un problema importante y frecuente en su diagnóstico: la enseñanza inadecuada". (Rebollo y Rodríguez, 2006)

⁴ Puede ojearse cualquier libro de texto de cualquier editorial.

⁵ "Lo que llamamos desarrollo de una noción matemática, no es más que el pasaje de una experiencia vivida o de un conocimiento verbal a un plano de conciencia superior sobre el cual los datos dispersos, las adquisiciones más o menos intuitivas, se reagrupan y se estructuran progresivamente según las haga la lógica adulta" (...) "Entre los tres y cinco años, el niño aprende difícilmente los cinco o seis primeros números, si se considera que

independencia de la técnica de conteo⁶. Entendemos por dominio de una cifra, tanto la correcta asociación de cantidad y grafía, como las equivalencias por expresiones sumativas de composición-descomposición: $5 = 4 + 1$; $3 + 2$; sin necesidad de contar (Fernández Bravo, 2006).

El proceso de enseñanza-aprendizaje del número de dos cifras, lo desarrollaremos en cinco bloques fundamentales y secuenciados; es decir, que no se puede trabajar uno cualquiera de estos bloques sin haber trabajado el anterior.

La comprensión del número de dos cifras

Presentamos los principios básicos del Sistema de Numeración Decimal, que constituyen la comprensión del número de dos cifras, en la diferenciación de sus elementos y su agrupación.

Presentación de un elemento al que podamos llamar diez

Por conteo el alumno sabe que el siguiente sonido que se pronuncia después de decir “nueve” es “diez”. Por experiencia puedo decir que, aunque el alumno se exprese con esa palabra, e incluso sea capaz de identificarlo allí donde lo ve por su representación numérica, no demuestra nada de su saber sobre el concepto diez como elemento, de su importancia matemática en la construcción de nuestro sistema de numeración y de su extensión aritmética. Que el niño diga “diez” nada dice sobre la comprensión de su significado. Permitiremos que el niño mida la regleta naranja con tantas blancas como a ella equivalgan. O cierre una bolsa cuando pueda contar diez, y sólo diez⁷.



Naranja (N)									
b	b	b	b	b	b	b	b	b	b

Fácilmente descubre que a la regleta naranja⁸ la llamamos diez si a la blanca la llamamos uno⁹. Obsérvese que la regleta naranja es un elemento. En Matemáticas

el conocimiento puramente verbal de la serie de los números no corresponde a una verdadera adquisición” (Mialaret, 1967)

⁶ “Enseñar a razonar sin enseñar a contar” (Bandet, 1969)

⁷ Lo importante no es el material que utilizamos, sino el proceso didáctico que seguimos para la adquisición del número de dos cifras. En este artículo presentamos el proceso apoyándonos en un material estructurado como son las Regletas de Cuisenaire y, otro, fácil de construir como son unas simples bolsas. Se podría utilizar cualquier otro material que permitiera representar al elemento “diez” (como un solo elemento) y al elemento “uno”. Para profundizar sobre la utilización de materiales puede verse: Baroody y Coslick (1998); Cascallana (1988); Godino (2004); Fernández Bravo (2003)

⁸ Las regletas de Cuisenaire son listones de diferentes longitudes que van desde un cm. hasta diez cm., cada una de distinto color: blanca (b), roja (r), verde claro (v), rosa (R), amarilla (a), verde oscuro (V), negra (n), marrón (m), azul (A) y naranja (N). Para profundizar sobre la utilización de las regletas puede verse: Gattegno (1960, 1967); Goutard (1964); Fernández Bravo (2007)

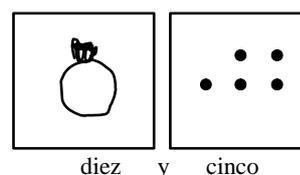
⁹ Sólo podremos llamar diez a la regleta naranja, si a la regleta blanca la llamamos uno.

diez es un elemento. Esta intuición es fundamental para que el alumno desarrolle con éxito la comprensión del número de dos cifras.

Los alumnos pueden trabajar también con bolsas cerradas en cuyo interior tengan diez y solo diez elementos. Posteriormente, solo necesitaremos tarjetas con el dibujo de esas bolsas, sustituyendo la realidad física por el dibujo. A las bolsas cerradas las llamaremos “diez”. Obsérvese que la bolsa es un elemento.

Representar los elementos por el nombre convenido

Jugar con un elemento al que llamaremos diez (viendo a éste como un todo). Este elemento será representado con la regleta naranja o con una bolsa. El profesor mostrará al alumno la regleta naranja, al tiempo que le pregunta cómo llamamos ahora a esa regleta. Mostrará también, por ejemplo la regleta blanca, al tiempo que también pregunta cómo se la llama. Uniendo esas regletas por sus extremos a los ojos del niño se les preguntará cómo podemos llamar a lo que ven: diez y uno, dirán (Conviene dejar que el niño se exprese con la evidencia de lo que ve, después ya les diremos cómo convencionalmente se conoce a esos números: once, doce, quince; de momento el alumno entenderá perfectamente lo que se dice, si se expresa como: diez y cinco; o, diez y nueve; o, diez y tres).



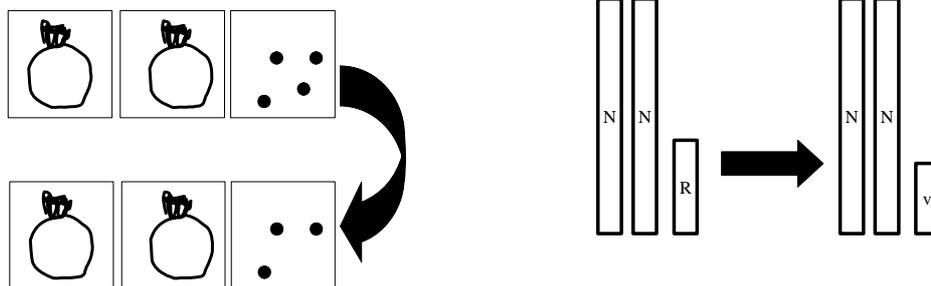
N	b
Diez	Uno

N	v
Diez	Tres

Distinción intuitiva del elemento diez y del elemento uno

Si algo es importante en la comprensión del número de dos cifras, esto es que el alumno distinga: el cardinal de elementos *diez*, del cardinal de elementos *uno*. Una posible forma de proceder es la siguiente: Dictaremos, por ejemplo: “Diez y diez y cuatro”. Los niños nos lo mostrarán sin dificultad alguna, ya que este aprendizaje pertenece a la actividad anterior. Posteriormente y, sin explicar nada al alumno, haremos variar sólo un cardinal: bien, el del elemento diez; bien, el del elemento uno. Así, por ejemplo, ya nos están enseñando: *diez y diez y cuatro*; entonces, podemos dictar: diez y diez y tres.

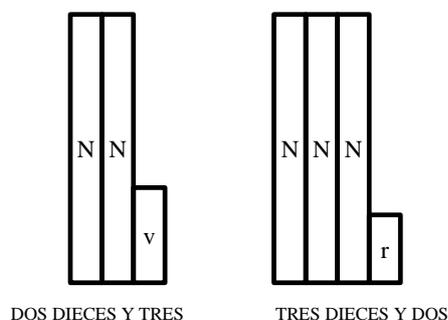
Obsérvese que se ha mantenido el cardinal del elemento *diez* y se ha variado únicamente el cardinal del elemento *uno*.



La agrupación de los distintos elementos. La percepción del cardinal por elementos

Durante varios años, la observación sirvió de prueba para concluir, que el cardinal de elementos se presente después, y sólo después, de haber establecido una correspondencia biunívoca entre esos elementos y su nombre.

Hasta ahora, en las actividades anteriores a ésta en la que estamos, dictamos, estableciendo una correspondencia biunívoca entre el nombre y la representación física del elemento, así: diez y diez y tres. En esta actividad se trataría de acumular el número de dieces y dictar, por ejemplo: dos dieces y tres. En definitiva lo que hacemos es cardinalizar el número de dieces y cardinalizar el número de unos (ya estudiado anteriormente). Obsérvese que al decir, por ejemplo: cuatro dieces y tres, lo que el alumno oye es *cuatro* y también *diez* y también *tres*. Tiene que dar correcto sentido matemático a lo que oye, distinguiendo: el cardinal de elementos, del elemento en sí.



La representación simbólica del número de dos cifras

Para representar algo es necesario tener conocimiento de ese algo, con el que establecer correspondencia por asociación intelectual. En las actividades anteriores hemos permitido que el alumno perciba los cardinales de dos elementos distintos. No ha aparecido representación matemática alguna del número de dos cifras. Ahora, trabajaremos en ello; estudiar cómo se representa aquello que ya se conoce.

Actividad uno

Antes de escribir número alguno en la pizarra pediremos a los niños nos muestren con regletas (o bolsas) un cardinal de elementos *diez* y elementos *uno*, ya dado por nosotros. Este ejercicio es principal para poder continuar. En esta actividad dictaremos siempre, con independencia de orden alguno:

- Números, cuyo cardinal de dieces no coincida con el cardinal de unos.
- Números, cuyo cardinal de unos sea un número distinto de cero.
- Números, cuyo cardinal de dieces sea un número mayor que uno.
- Y también se deben dictar números de una cifra, que se intercalarán con el dictado de los anteriores.

Una vez que hayamos observado que los niños no tienen dificultad alguna en mostrarnos correctamente lo que pedimos, pasaremos a escribir en la pizarra el número pedido, de uno en uno¹⁰, y haciendo siempre referencia a la distinción de cardinales.

Una posible intervención didáctica, a modo de diálogo, podría ser la siguiente:

Profesor: Enséñame con regletas (o con bolsas; a elegir): tres dieces y dos; nueve dieces y tres; cuatro dieces y cinco; siete; ocho dieces y tres;...

(Y esperaremos a que se realicen correctamente las actividades).

Profesor: Enséñame: diez y diez y diez y cinco.

Alumno: (Enseña tres dieces y cinco).

Profesor: ¿Cuántos dieces me enseñas? ¿Cuántos unos?

El profesor espera a que los niños respondan y, al mismo tiempo que éstos lo hacen, dibuja en la pizarra, aumentando considerablemente el tamaño del dibujo,

35

mientras lo dibuja se expresa diciendo: “Diez y diez y diez y cinco”, se dibuja así. No conviene añadir, a esa expresión, algo más en absoluto; explicación alguna o expresiones que pueden despistar la percepción del niño¹¹.

¹⁰ En la pizarra sólo se puede ver la representación de un número; ya de una cifra, ya de dos. Esto obligará a borrar una representación para representar la siguiente.

¹¹ “El concepto de número es un concepto abstracto, que solamente existe en nuestra mente. El número no es un conjunto sino una cualidad del conjunto...” (Martínez, Bujanda y Velloso, 1981)

Actividad dos

El niño debe representar numéricamente cualquier número menor que cien, tanto en correspondencia con un material mostrado, como sin material alguno y sólo a través de la lectura convenida: diciendo el número de decenas y el número de unidades; así, por ejemplo: <i>nueve dieces y cuatro</i> , o, <i>cinco dieces</i> .	2 3	diez y diez y tres	Dos dieces y tres
	1 3	diez y tres	Un diez y tres
	4 0	diez y diez y diez y diez	Cuatro dieces
	3 3	diez y diez y diez y tres	Tres dieces y tres

Durante muchos años, se observaban errores considerables en las respuestas de los niños a distintas actividades que se iban proponiendo con relación al número de dos cifras. Anotamos cuantas observaciones nos permitieron concluir que el orden didáctico de presentación habitual no coincidía con la formación del pensamiento numérico del niño. E incluso detenía considerablemente el desarrollo hacia el ortodoxo entender matemático. No se le podían presentar al niño los números en el orden establecido sin antes haberles dado la oportunidad de comprender el convenio de su escritura. No se podía dar ordenadamente algo que no conocían y más cuando hay distintos criterios de orden. Entonces, el orden debería aparecer posteriormente: una vez que los elementos a ordenar sean conocidos; luego, en primer lugar, había que abordar ese conocimiento¹².

Del mismo modo, se observaba que los libros de texto se empeñaban, con excesiva posterioridad a la debida, en distinguir *unos* y *dieces* o, si cabe: unidades y decenas. Pero al escuchar al niño nos dimos cuenta que, a veces, confundimos causa y consecuencia, y no podía exigirse la consecuencia sin estudiar lo que era causa necesaria de comprensión del número de dos cifras. Nuestro Sistema de Numeración es posicional y, por tanto, habría que distinguir ante todo posición, y ubicar correctamente la distinción del cardinal de *dieces* frente al cardinal de *unos*.

Ordenar los números de dos cifras

Como se ha expresado anteriormente, no se podía ordenar algo que no se conocía, y más, cuando hay distintos criterios de orden. La aparición del orden es posterior a la aparición de los elementos que ordenar; una vez conocido lo que hay que ordenar, se establece el criterio para poder ordenarlo. Ahora ya conocemos esos elementos y hay que trabajar con distintos criterios de orden. El más sencillo es "sumar uno".

¹² "En la escuela primaria (6-12 años) se acostumbra a enseñar los nombres de los números, uno tras otro, recurriendo al contar, confundiendo constantemente los nombres de los números con los números mismos. Así resulta que el niño recita los números en lugar de construirlos." (Goutard, 1966)

Partimos de una tabla de diez por diez

En esta tabla iremos ordenando los números por columnas de menor a mayor y de abajo hacia arriba. La primera columna que utilizaremos será la que esté más a su izquierda. Esta tabla será común para todos. El profesor completará la primera columna, tal y como se ha indicado, nombrando a la vez que representa; así dirá: cero, uno, dos, tres,... nueve. Posteriormente, empezará a completar la segunda columna, representando al tiempo que nombra: diez, diez y uno, diez y dos, diez y tres,... diez y nueve (dejando, a partir del diez y dos, que el niño participe libremente, tanto representando en la tabla de forma correcta, como nombrando esa representación).

9									
8									
7									
6									
5									
4									
3									
2									
1									
0									

Según el orden de los Números Naturales, el siguiente a *diez y nueve* es *diez y diez*

9	19	29	39	49	59	69	79	89	99
8	18	28	38	48	58	68	78	88	98
7	17	27	37	47	57	67	77	87	97
6	16	26	36	46	56	66	76	86	96
5	15	25	35	45	55	65	75	85	95
4	14	24	34	44	54	64	74	84	94
3	13	23	33	43	53	63	73	83	93
2	12	22	32	42	52	62	72	82	92
1	11	21	31	41	51	61	71	81	91
0	10	20	30	40	50	60	70	80	90

El siguiente a *diez y diez*, según el criterio de orden que estamos utilizando, será *diez y diez y uno*; así, seguiríamos con: diez y diez y dos, diez y diez y tres... El siguiente a *diez y diez y nueve* es *diez y diez y diez*. Serán los niños, a partir del *diez y diez y uno*, los que vayan construyendo esa tabla de números de forma ordenada, representando de uno en uno, todos y cada uno de los siguientes números, al tiempo que los nombra, tal y como hemos indicado.

Identificar por su nombre convencional los números de dos cifras

Una vez que el alumno ha comprendido, ha representado y ha ordenado los números de dos cifras, tendrá que enunciarlos tal y como se ha convenido culturalmente. Ahora, se trata de dar nombre, de identificar aquello que ya sabe lo que significa.

Hágase un recorrido por la Historia de la Matemática, pronto observaremos cómo el nombre identifica el significado de lo que ya se ha descubierto; o, piénsese en el ámbito lingüístico, y véase cómo en distintos idiomas el mismo significado se nombra de diferente forma; pregúntese cómo se dice *diez y diez y diez*, en inglés, en francés, en alemán, en vasco, en catalán, en gallego... Estamos, entonces, en estas dos situaciones con nuestros alumnos. En castellano, *diez y diez y diez* se dice: *treinta*; este es el trabajo que ahora nos ocupa.

Seguiremos trabajando con el mismo proceso para nombrar: CUARENTA. A *cuatro dieces* se le dice: *CUARENTA*. Generaremos ejercicios similares a los

anteriores. Nombrar, por ejemplo el número 84, con los nombres dados hasta ahora: *treinta*, *cuarenta* y *diez*: cuarenta y cuarenta y cuatro; o, cuarenta y treinta y diez y cuatro; o, cuarenta y dos y cuarenta y dos;...

No es difícil observar la dicción lógica de los nombres presentados: a TREs dieces se le dice TREinta; a CUATro dieces, se le dice CUAreinta. Rápidamente saldrá, incluso de los mismo niños: CINCUENTA y SESENTA,... SETENTA, OCHENTA, NOVENTA.

El más difícil de todos es veinte, porque no tiene la misma dicción lógica, en función del número de dieces, que tienen los demás números presentados; por eso no lo presentaremos en primer lugar. Cuando lo presentemos, simplemente diremos: A *diez y diez* se le dice VEINTE.



Lo mismo ocurre con los números: once, doce, trece, catorce y quince. Serán presentados, después de presentar al número veinte¹³.

A diez y uno, se le dice: ONCE
A diez y dos, se le dice: DOCE
A diez y tres, se le dice: TRECE
A diez y cuatro, se le dice: CATORCE
A diez y cinco, se le dice: QUINCE

Establecer y aplicar relaciones

Una vez que se asocia el nombre a la interpretación matemática de la representación, sólo queda establecer relaciones, extender el saber, abrirse a una pluralidad de alternativas matemáticas, aplicar correctamente aquello que sabemos y transferirlo a un sinnúmero de situaciones posibles.

¹³ El niño ha nombrado muchas veces con anterioridad a este momento los números: once, doce,... simplemente como canción aprendida al utilizar la técnica de contar. Pero esa pronunciación por el niño, de nada le sirve numéricamente, si antes o después no asocia correctamente el significado del número de dos cifras al que representa.

Descomposición y composición numérica

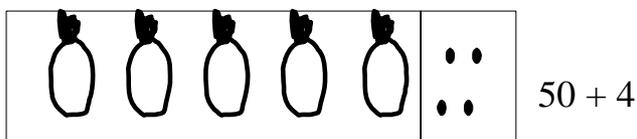
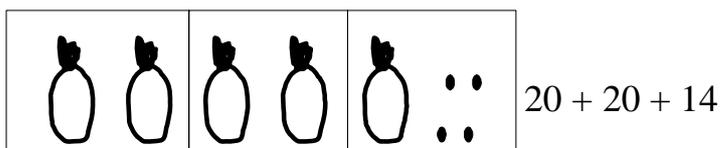
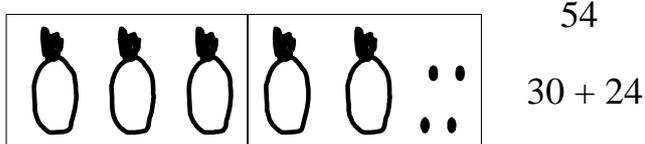
Lo primero que trabajaremos será la descomposición numérica de un número de dos cifras, como suma de otros números.

Partiremos de un número cualquiera; así, por ejemplo: 54. Les pediremos que lo lean de tres formas diferentes; podrían decir: cincuenta y cuatro; o, treinta y veinticuatro; o, veinte y veinte y catorce. Al tiempo que ellos van nombrando, nosotros vamos escribiendo en la pizarra:

$$54 = 30 + 24$$

$$54 = 20 + 20 + 14$$

$$54 = 50 + 4$$

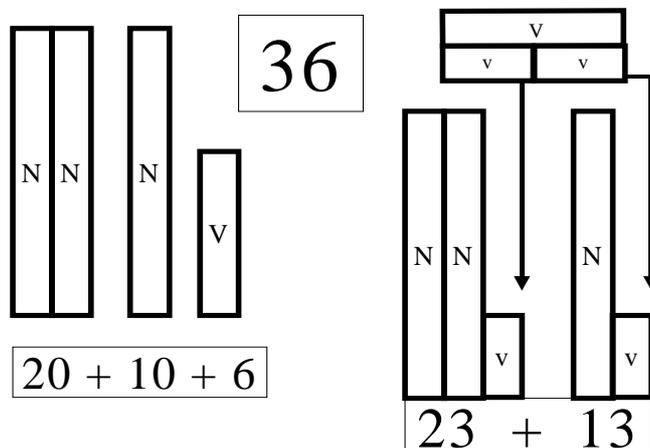


El niño escribirá estas descomposiciones, trabajando, en primer lugar, con material manipulativo. Después lo hará, prescindiendo de cualquier material.

$$36 = 20 + 10 + 6$$

$$36 = 13 + 23$$

$$36 = 30 + 2 + 4 = 20 + 10 + 2 + 4 = 20 + 5 + 5 + 2 + 4 = 25 + 7 + 4$$



Ahora, el trabajo del alumno consistirá en encontrar la representación numérica de una descomposición dada. El alumno estará preparado para este ejercicio si antes ha descompuesto. Así, por ejemplo: $64 + 30 =$; el alumno tiene que escribir 94

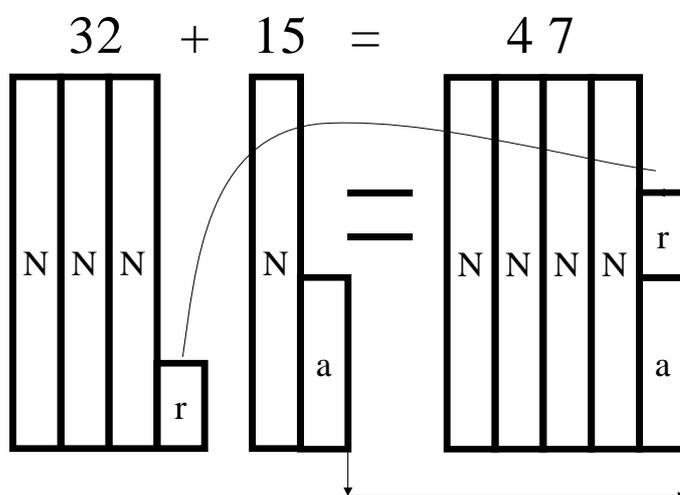
Ante el siguiente ejercicio: $12 + 43 + 10 + 20 =$, nos encontraremos con muchas formas distintas de llegar al resultado:

$$12 + 43 + 10 + 20 = 12 + 53 + 20 = 12 + 73 = 80 + 5 = 85$$

$$12 + 43 + 10 + 20 = 50 + 5 + 30 = 85$$

$$12 + 43 + 10 + 20 = (...)$$

EJEMPLO:



La sustracción

La sustracción no existe como operación independiente. Es la operación inversa de la adición. Esto, que parece que se sabe, no se tiene en cuenta. Bien podemos ver, como condición, que para restar es necesario saber sumar.

La expresión $a - b = c$, tiene sentido en matemáticas y es correcta sólo si $c + b = a$

La expresión $5 - 3 = 2$ (cinco menos tres igual a dos) es correcta porque $2 + 3 = 5$

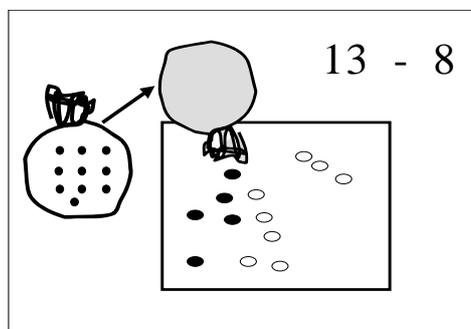
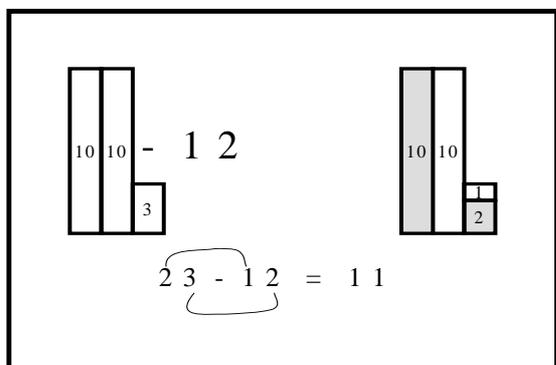
Si tuviéramos que calcular el resultado de: $7 - 2$, tendríamos que saber qué número sumado con 2 equivale a 7. Si no sabemos sumar, ¿cómo vamos a restar?

Distinguiremos cuatro respuestas de cuatro preguntas, ante la representación, por ejemplo, $(5 - 2 = 3)$: ¿Qué significa? (Para que equivalga a 5 el número que hay que sumar con 2 es 3). ¿Cómo se dibuja? ($5 - 2 = 3$). ¿Cómo se lee? (cinco menos dos es igual a 3). ¿Por qué obtenemos ese resultado? (porque tres más dos equivale a 5; $3 + 2 = 5$).

Calcula: $23 - 12$; $67 - 5$; $13 - 8$; etc.

El alumno deberá saber si el resultado obtenido es, o no, correcto.

Así, $23 - 12 = c$, SÓLO SI $c + 12 = 23$



3.- Escribir los números como se leen

He observado que esta actividad de escribir los números como se leen, genera en muchos alumnos dificultades que impacientan al profesor:...el número 11 se escribe *once*; el número 87 se escribe *ochenta y siete*. La dificultad de escritura **aparecerá fácilmente en el alumno** si el profesor obliga a escribir como se lee el número, a la vez que el niño va descubriendo y comprendiendo esos números. Déjese tiempo para que el niño lo pronuncie correctamente, antes de escribirlo; déjese tiempo para que el niño vaya dominando la escritura, antes de escribirlo. Después, todo será automático y no necesitará prácticamente enseñanza. Una de las últimas actividades será la de escribir como se leen los números de dos cifras.

Bibliografía

- J. Bandet (1969): Hacia el aprendizaje de las matemáticas. Kapelusz, Buenos Aires.
- A. Baroody & R.T. Coslick (1998): Fostering Children's Mathematical Power: An Investigative Approach to K-8 Mathematics Instruction. LEA, London.
- M. T. Cascallana (1988): Iniciación a la Matemática. Materiales y recursos didácticos. Santillana, Aula XXI, Madrid.
- T. Dantzig (1954): Number: The Language of Science. The Free Press, New York.
- S. Dehaene (1997): The Number Sense: How the Mind Creates Mathematics. Oxford University Press, Oxford.
- J. A. Fernández Bravo (2003): La numeración y las cuatro operaciones matemáticas. Editorial CCS, Madrid.
- J. A. Fernández Bravo (2004): El número de dos cifras. Investigación didáctica e innovación educativa. Editorial CCS, Madrid.
- J. A. Fernández Bravo (2005): Enséñame a contar. Investigación Didáctica sobre la técnica de contar como actividad Matemática. Grupo Mayéutica, Madrid.

- J. A. Fernández Bravo (2006): *Didáctica de la Matemática en Educación Infantil* (3ª Ed.). Grupo Mayéutica, Madrid.
- J. A. Fernández Bravo (2007): *Números en color. Acción y reacción para la enseñanza-aprendizaje de la matemática.* (Libro + CD) Editorial CCS, Madrid.
- J. Garofalo (1989): "Beliefs and Their Influence on Mathematical Performance". *Mathematic Teacher* 82 (7), 502-505.
- C. Gattegno (1960): *Aritmética con números en color.* Cuisenaire de España, (Volúmenes de I a X), Madrid.
- C. Gattegno (1967): *Al fin Pepito puede aprender aritmética.* Cuisenaire de España, Madrid.
- J. D. Godino (2004): *Didáctica de las Matemáticas para maestros. Proyecto Edumat- Maestro.* <http://www.ugr.es/local/jgodino/edumat-maestros/>
- M. Goutard (1964): *Catorce charlas sobre los números en color.* Cuisenaire de España, Madrid.
- M. Goutard (1966): *Las matemáticas y los niños.* Cuisenaire de España, Madrid.
- T.F. Green (1971): "Teaching and the Formation of Beliefs". En: *The Activities of Teaching.* McGraw Hill, Book Co (Cap. 3), New York.
- C. Kamii (1982): *El número en la educación preescolar.* Visor, Madrid.
- J. Martínez; M. P. Bujanda; J. M. Velloso (1981): *Matemáticas-1 Escuelas universitarias de profesorado de EGB.* Editorial SM, Valladolid.
- G. Mialaret (1967): *Pedagogía de la iniciación en el cálculo.* Kapelusz, Buenos Aires.
- A. Miranda & M. D. Gil-Llario (2001): "Las dificultades de aprendizaje en las Matemáticas: concepto, manifestaciones y procedimiento de manejo". *Revista de Neurología Clínica* 2 (1), 55-71
- E. Pehkonen y G. Torner (1996): "Mathematical beliefs and different aspects of their meaning". *ZDM*, 96(4); 101-108.
- M. A. Rebollo y A. L. Rodríguez (2006): "Dificultades en el aprendizaje de las matemáticas". *Revista Neurol* 42 (Supl. 2), S135-8.
- P. Starkey & R.G.Cooper (1980): "Perception of numbers by human infants". *Science* 210, 103-35.
- A.G. Thompson (1992): "Teacher' beliefs and conceptions: a synthesis of the Research". En: *Handbook for Research in Mathematics Teaching and Learning*, 127-146. MacMillan-NCTM, New York.
- A.Van Hout & C. Meljac (1998): *Troubles du calcul et dyscalculies chez l'enfant.* Masson, Paris.

José Antonio Fernández Bravo, nace en Madrid. Maestro, Licenciado y Doctor. Profesor universitario del Centro de Enseñanza Superior "Don Bosco", (Universidad Complutense de Madrid-España). Autor de numerosas obras, entre las que se destacan: *Números en Color*, 2007; *Didáctica de la Matemática en Educación Infantil*, 2006; *La Enseñanza de la Matemática*, 2004; *Técnicas creativas para la resolución de problemas matemáticos*, 2000; *La Numeración y cuatro operaciones básicas*, 2002.

ANTO1940@inicia.es

fbravo@cesdonbosco.com