

“(Sócrates). *¿Qué opinas, pues, Glaucón, que responderías si alguien te preguntase: ¡Oh digno de admiración! , ¿ sobre qué clase de números dialogáis? Que la unidad tal cual vosotros la juzgáis, a la altura de su dignidad, es igual, y lo es cada unidad íntegra e íntegramente, sin diferenciarse una unidad de otra unidad en lo más mínimo y sin tener en sí parte alguna.*

(Glaucón). *Por mí que fuera esta: dijera que no hablan sino de aquellos números con los que puede tratar el pensamiento, pero con los que , de ninguna manera ni modo es posible que traten las manos....”*
Platón. *La República*

LOS SISTEMAS DE NUMERACIÓN EN LA HISTORIA DE LA MATEMÁTICA

1. INTRODUCCIÓN

El origen del "número" ha podido estar más relacionado con las diferencias y contrastes que con semejanzas; diferencias de cantidad como un árbol y muchos, un animal y muchos. Se empezaron a clasificar las diferencias y se observaron en éstos aspectos comunes. Un árbol se distingue de un bosque y un animal de su grupo, y tanto el árbol como el animal tienen en común que son una unidad. Orejas, pies, manos, ojos, brazos, piernas,.....tienen, también, algo en común, el ser "dos", y, seguramente formarán la lista de las primeras correspondencias biunívocas. "Una manada de cuatro ovejas y un soto de cuatro árboles guardan entre sí una relación que ni una ni otro guardan con una pila de tres piedras o con un soto de siete árboles. Pese a que, para establecer este truísmo en página impresa se ha hecho uso de palabras denominativas de números, la relación a la que nos referimos subyace al concepto de número cardinal. Sin necesidad de contar las ovejas con los árboles, cabe emparejar las unas con los otros, atando, por ejemplo, las ovejas a los árboles, de suerte que cada oveja y cada árbol pertenezcan a exactamente uno de los pares. Un tal emparejamiento entre los miembros de dos colecciones o "conjuntos" de objetos es llamado una correspondencia de uno-a-uno (1-1) (Kleene, 1974:15)

El proceso que utilizamos en el aula antes de introducir el número cardinal representa etapas significativas y claramente diferenciadas que marcan una evolución y desarrollo; una síntesis histórica. El recuerdo de Piaget cuando decía que el niño aprende por igualación de las diferencias, nos lleva a considerar de nuevo las palabras anteriores, al mencionar que el origen

del número no estaba en las semejanzas sino en las diferencias, pasando posteriormente a analizar las semejanzas de esas diferencias. Antes de que el niño llegue a comprender el significado de "tres" ha tenido que establecer correspondencias entre conjuntos cuya propiedad numérica fuese "tres", teniendo que responder anteriormente ante una cantidad de objetos con "muchos", "pocos", "bastantes" etc., y, necesitando de un material de apoyo, empírico, para pasar a los dibujos, gráficos y representaciones. Podríamos decir que la mente del niño, en su naturaleza intelectual, precisa de etapas similares a las que el hombre ha ido necesitando para abstraer los distintos conceptos básicos.

Quizás no haya que justificar la Historia con los acontecimientos ocurridos; un conjunto de sucesos y de situaciones que señalan consecuencias cuya huella está marcada por emociones generosas o negativas, entregas o envidias, inquietudes o desesperaciones. Quizás no se explique con los hechos cuyas causas se deben a la naturaleza humana, y más que ser el relato de lo que hace el hombre sea el relato de lo que le hace ser hombre.

El hombre primitivo podía observar en la naturaleza fenómenos cuantitativos distinguiendo entre el plural y el singular, antes, incluso, de crear un lenguaje con el que poder comunicarse. Un signo, un gesto, un vocablo, algo familiar, sería asociado a la unidad y la pluralidad para distinguirlas entre sí. Se siguió avanzando, comparando y asociando un nuevo signo, gesto o vocablo a sus nuevos descubrimientos, distinguirían la unidad del par y ambos de la pluralidad. "Los antiguos sumerios utilizaban las palabras "hombre", "mujer", "varios", en lugar de "uno", "dos", y "tres", respectivamente. Así "hombre" simbolizaba el número 1. Por el matrimonio él y su mujer representaban el número 2. Todo lo que sobrepasase numéricamente de dos estaba representado por "varios" (Collette, 1985:7). Boyer (1987:21) escribe que nuestro antepasados muy primitivos contaban al principio sólo hasta dos y cualquier conjunto que sobrepasara este nivel quedaba degradado a la condición de "muchos". Asegura, también, que hay todavía en la actualidad muchos pueblos primitivos que cuentan objetos reuniéndolos en grupos de dos objetos cada uno. Cuenta Francis Galtón que los Dámara una tribu bantú del Africa sudecuatorial se desconciertan después de cinco, sin embargo, rara vez pierden un buey. Descubren la pérdida de uno, no porque cuenten, ya que no saben contar más de cinco, sino por la ausencia de una cara que conocen. Para Collette (1985:7) la numeración presenta variantes según las tribus, debido, sobre todo, a dos factores:

- ∩ el lenguaje de la tribu determina las palabras de carácter numérico.
- ∩ el medio en que la tribu evoluciona determina el tipo de individuo y las necesidades específicas.

El hombre llegó a pensar en el número cuando llegó a establecer una serie de relaciones: Para numerar no importaba la naturaleza de los objetos, ya fuesen árbol, lobo, piedra, cueva,... elementos de distinta naturaleza todos eran unidad. Esta relación también se provoca en el aula para el alumno que está iniciándose en el descubrimiento del número cardinal. No importa la naturaleza de los objetos, chapa, perro, flor, coche, peseta, balón,.....se establece una

correspondencia biunívoca entre ellos para llegar a ver que son iguales en cuanto a su propiedad numérica (“Las propiedades y relaciones no se distinguen de un objeto o grupo de objetos sino se realiza un detenido análisis”). De hecho, toda colección de objetos, tanto si es un rebaño de ovejas, como un haz de leña, existe y es inmediatamente percibida en toda su concreción y complejidad. Distinguir en ella propiedades y relaciones es resultado de un análisis consciente. El pensamiento primitivo no realiza todavía este análisis que considera los objetos como un todo. “De modo semejante un hombre que no ha estudiado música percibe una composición musical sin distinguir en ella detalles de la melodía, tonalidad, etc., mientras que un músico analiza fácilmente, incluso una complicada sinfonía (Aleksandrov, 1976:24)”

El maestro debe presentar al niño, en el aula, desafíos semejantes a los que la naturaleza le presentó al hombre. “Entre las necesidades naturales (de los niños) no figura la de ser instruidos, ni siquiera la de ser informados, a menos que sea mediante una respuesta precisa dada por el educador a una pregunta precisa formulada por el alumno”(Cousinet, 1959:103)

- ∩ El resultado que se obtenía no era distinto si se alteraba el orden de los objetos.
- ∩ Lo que identificaba el último objeto contado correspondía con el número total de objetos.

Es lo que se conoce por contar. Los aborígenes de Tasmania, cuya cultura no había sobrepasado el nivel paleolítico, no contaban más que cuatro. Se admite generalmente como correcta la suposición de que cuando el hombre se dedicó a criar ganado y al pastoreo de rebaños sintió la necesidad de contar para no perder ninguna res. Fueron surgiendo distintos procedimientos pero era común a todos ellos el ir formando grupos, que, en un principio bien podían ser de dos o tres elementos, aunque este dato no se puede determinar con exactitud. La generalidad de los sistemas de numeración primitivos son de base cinco o bases múltiplos de cinco (5,10,20,.....), la explicación que se suele dar a este hecho es que el hombre primitivo hacía uso de los dedos para contar. Cuando no bastaban los dedos de la mano se usaban los dedos de los pies. “Una tribu de aborígenes del Paraguay tiene nombres para designar los números de uno a cuatro, para el cinco (una mano), diez (dos manos), quince (dos manos y un pie) y veinte (dos manos y dos pies)” (Hogben, 1956:47). Cuando los dedos no bastaban podían cogerse piedras, conchas, etc, para representar así más manos o más pies. Aristóteles decía que el hecho de tener diez dedos en las manos y diez dedos en los pies explicaba suficientemente la extensión y el arraigo del sistema de numeración decimal. La necesidad de encontrar solución a los desafíos naturales y sociales y una consciente observación iban haciendo progresar el uso de los números. De la observación, que entre dos plenilunios consecutivos la luna sale cada noche un poco más tarde, surgió la idea de agrupar los días en lunas o los meses en treinta días. Observando las constelaciones visibles se dieron cuenta que no siempre eran las mismas, pues estas variaban según las estaciones. Que los egipcios (4.000 años antes de la era cristiana) supiesen que la duración del año era de 365 días es un dato que justifica por sí mismo la observación consciente del hombre. Según Hogben (1956:48-49) los egipcios lo sabían porque “contaban los días que transcurrían entre dos observaciones en las que se verificase que al salir del horizonte, la estrella Sirio de la constelación Kan Mayor fuese apenas visible inmediatamente antes de la salida del sol. El número de días que forman un año

se halló, también, observando las variaciones en longitud y en dirección de una sombra producida por el sol. Al mediodía, que es el momento que es más corta la sombra apunta siempre en una dirección determinada. Esta dirección de la sombra al mediodía marca una línea, la meridiana del lugar, que va del punto del horizonte que llamamos sur, al punto opuesto que llamamos norte. La longitud de la sombra al mediodía no es igual para todos los días del año (...) Cuando la sombra del mediodía es la más corta de todo el año, el sol sale y se pone por puntos del horizonte situados muy hacia el norte. Y cuando la sombra del mediodía es la más larga del año, el sol sale y se pone por puntos del horizonte situados muy hacia el sur”

Al igual que los niños que, ante determinadas actividades incomprensibles y a la vez asombrosas se expresan diciendo "magia", actuaban los hombres primitivos frente a la explicación de muchos hechos. El paso del tiempo, por ejemplo, estaba explicado con creencias falsas y atribuidas a fenómenos extraños y fantásticos. Aunque no faltaban los que, sabiendo descifrar el lenguaje de la naturaleza, ocultaban sus conocimientos, como el niño que oculta el "truco" para impresionar a sus compañeros. "Hace 5.000 años los sacerdotes sumerios sabían predecir los eclipses, que eran acontecimientos a los cuales aquellas comunidades de contempladores de estrellas daban una significación supersticiosa de gravedad y mal agüero, y abusaban de su ascendiente para dominar en lugar de servir" (Hogben, 1956:9). Es difícil leer esto sin preguntarse a la historia: ¿natural o humano?

En un principio no era necesario simbolizar por escrito el resultado que se obtenía al contar o el proceso para llevar la cuenta, siendo imprescindible cuando " el número" de cosas a contar iba aumentando. Surgieron los primeros sistemas de numeración y en estas escrituras primitivas es difícil no encontrar señalados los diez dedos humanos. En las escrituras hieráticas se simbolizan con dedos los números de uno a nueve. Los fenicios tenían un signo para "uno", otro para "10" y otro para "100" y todos podían repetirse hasta nueve veces. Esta escritura de los fenicios sirvió de apoyo para la escritura de los griegos, jonios y los etruscos. Estos últimos, siendo conscientes de las incomodidades que presentaba, añadieron signos para "5", "50" y "500".

El concepto de número no se inventó de una vez, fue un proceso lento en el que jugaba la lógica, la imaginación y el ingenio de los hombres tras un análisis necesario de la observación. Nuestra forma de escribir números la trajeron los árabes a Europa, de la India. La importancia no está en ser decimal, sino "posicional".

EGIPTO

"Pues bien, oí decir que vivió en Egipto en los alrededores de Naucrátis uno de los antiguos dioses del país, aquel a quien le está consagrado el pájaro que llaman Ibis. Su nombre es Theuth y fue el primero en descubrir no solo el número y el cálculo sino la astronomía y la geometría, el juego de damas y los dados, y también las letras." (Platón).

Enmarcaremos las decisiones de los dioses con los hechos de los hombres y expondremos brevemente la evolución de la matemática en la cultura egipcia. La necesidad de contar, de repartir hizo surgir los sistemas de escritura. Se pueble establecer una relación directa entre las matemáticas y la escritura. Los egipcios utilizaban principalmente para sus inscripciones el papiro, una planta parecida al junco que nace a lo largo del curso del Nilo. Hacia el siglo (111 a.C.) empieza a surgir un concepto abstracto del número. En un principio el símbolo que utilizaban para representar un número de animales era distinto al símbolo que representaba el mismo número de medidas de grano. Así el "dos" de dos corderos no era igual que el "dos" de dos medidas de grano. Tuvieron que pasar cerca de mil años para ver que esos símbolos guardaban una relación entre sí, consiguiendo crear, entonces un único sistema de numeración aditivo y decimal.

Los egipcios escribían de derecha a izquierda, y no, de izquierda a derecha como nosotros lo hacemos. Aunque, al ser un sistema no posicional se podía alterar el orden de los símbolos. Para representar las fracciones de numerador “uno”, representaban el denominador con los mismos símbolos poniendo encima una figura ovalada:

1/3

1/20

III

○ ○

Sistema hierático de Egipto

Este sistema era considerado sagrado por los egipcios y eran muy pocos los que sabían escribirlo. También era aditivo. Para representar fracciones sustituían la forma ovalada del sistema jeroglífico por un punto (.)

Según Aristóteles las matemáticas tuvieron su origen en la necesidad de entretenimiento que tenían los escribas egipcios, esto fue corroborado por el descubrimiento de un papiro conservado actualmente en la colección Rhind del British Museum, mas conocido como el papiro de Ahmes y llamado “Instrucciones para el conocimiento de las cosas oscuras”. También se conservan otros papiros de contenidos matemáticos: Kahun, Berlin, Reisner, Akhmun,...

La suma era la operación fundamental de Egipto de la que partían la multiplicación y la división, como duplicaciones o mediaciones, respectivamente. La duplicación la obtenían sumando el número consigo mismo. Así, por ejemplo, para multiplicar 15×37 , sumaban 37 consigo mismo, obteniendo 74, que volvían a sumar consigo mismo para obtener 148, repitiendo el proceso se obtenía 296, que equivale a 8 veces 37. Como $15 = 8 + 4 + 2 + 1$, entonces tenemos, 8 veces 37 + 4 veces 37 + 2 veces 37 + 1 vez 37; es decir: $296 + 148 + 74 + 37 = 555$.

Para dividir usaban las mediaciones, como proceso inverso a la duplicación. En $350 : 27$, buscaban el número que multiplicado por 27 equivalía a 350. 1 vez $27 = 27$; 2 veces $27 = 54$; 4 veces $27 = 108$; 8 veces $27 = 216$; 16 veces $27 = 432$. Se observa que con 16 veces nos sobrepasamos del total de elementos (350). Si sumamos los resultados de 8 veces y 4 veces, obtenemos 324. El cociente = $8 + 4$; el resto = $350 - 324 = 26$

Aprender a manejar los sistemas numéricos y las reglas de la aritmética requería de un aprendizaje para el que sólo unos pocos eran los elegidos. Privilegios que se limitaban a ciertas clases eruditas capaces de guardar secretos, hecho que contribuyó a que se perdieran muchos de sus conocimientos. Según Hogben (1956:16), "los templos egipcios disponían de ingeniosos aparatos llamados "nilómetros que señalaban las crecidas y estiajes del "río sagrado", y cuyas indicaciones se consignaban en registros escrupulosamente llevados al día por sacerdotes. Estas observaciones servían de base para poder predecir con gran precisión, las inundaciones producidas por el Nilo. De los papiros se deduce que el lenguaje usado para la mediciones era muy distinto de la fraseología presuntuosa que adoptaban para presentar sus

falsas profecías a los profanos. El vulgo no estaba capacitado para relacionar la profecía con la realidad debido a que los "nilómetros comunicaban con el río mediante conductos subterráneos hábilmente escondidos que la gente no podía sospechar."

BIBLIOGRAFÍA

- ALEKSANDROV, A.D.; KOLMOGOROV, A.N.; LAURENTIEV, M.A.(1976): *La matemática: su contenido, métodos y significado*. Alianza. Madrid
- ARISTÓTELES(1985): *Ética a Nicómaco*. Centro de Estudios Constitucionales, Madrid
- AUDIEV, V I (1986) : *Historia económica y social del Antiguo Oriente*. Akal Universidad, Madrid.
- BABINI.J (1976): *Historia sucinta de la matemática*. Espasa Calpe. Madrid
- BECKER. O/HOFFMAN. J,L (1956): *Histoire des mathématiques* Lamarre, París
- BELL, E.T (1940): *Development of mathematies*. Mc. Graw-Hill. New York
- BOLERO,P (1989): Utilización de la historia de las matemáticas en clase con alumnos de 6 a 13 años. Revista Suma, Febrero.
- BOYER.C.(1987): *Historia de la matemática*. Alianza, Madrid
- COCKCROFT, W. H.(1985): *Las matemáticas sí cuentan*. MEC, Madrid
- COLLETTE. J.P.(1985): *Historia de las matemáticas*. vol.I. Siglo XXI. Madrid
- COUSINET, R.(1959): *¿Qué es la Educación Nueva?* Kapelusz. Buenos Aires
- DIEUDONNE, J (1978): *Abrégé d'histoire des Mathématiques*. Vol.I Herman, París
- FERNÁNDEZ BRAVO, J.A. (2000): *Técnicas creativas para la resolución de problemas matemáticos*. Praxis. Barcelona
- FERNÁNDEZ BRAVO, J.A. (2002): *La numeración y las cuatro operaciones matemáticas*. CCS. Madrid

- FEYERABEND, P. (1981): *Tratado contra el método*. Tecnos, Madrid
- GARCIA BACCA, J.D. (1961): Textos clásicos para la historia de las ciencias. Univ. Central de Venezuela, Caracas
- GINER DE LOS RÍOS, F. (1886): *Estudios sobre educación*. Minuesa. Madrid
- GINER DE LOS RÍOS, F. (1973): *Ensayos*. (2 Ed.) Alianza Editorial, Madrid
- GUILFORD, J. P. y Otros (1983): *Creatividad y Educación*. Barcelona. Paidós
- HOGBEN, L (1956): *La matemática en la vida del hombre*. Compañía editorial Continental. México
- IFRAH, G (1987): *Las cifras: Historia de una gran invención*. Alianza, Madrid
- KIRDER, A (1984) : *Aritmología: Historia real y esotérica de los números*. Breogan, Madrid
- KLEENE, S.C.(1974): *Introducción a la metamatemática*. Tecnos. Madrid
- LORENZO, J, de (1977): *La matemática y el problema de su historia*. Tecnos, Madrid
- LLOPIS, J.J (1980): *Aztecas, Mayas e Incas*. Daimen, México.
- NEWMAN, J.R.(1985): *El mundo de las matemáticas*. Vols. I, II, III, Grijalbo, Barcelona
- PLATON: "La República", "Fedro", "Las Leyes"
- RAMÓN Y CAJAL, S. (1982): *Los tónicos de la voluntad*. CSIC. Madrid
- REY PASTOR.J./BABINI, J.(1984): *Historia de la matemática*. Vol. I, Gedisa, Barcelona
- RIVERA DORADO, M (1985): *Los mayas de la antigüedad*. Alhambra, Madrid
- RUSSELL, B. (1977): Los conceptos científicos y Postulados de la inferencia científica. *El Conocimiento Humano*. Taurus, Barcelona
- SCHOENFELD, A. (1985): *Mathematical problem solving*. Academic Press. New York.

SKEMP, R. (1980): *Psicología del aprendizaje de las matemáticas*. Morata, Madrid

TURNBULL, H.W. (1968): *Los grandes matemáticos*. Credsá, Barcelona

UNESCO, Del correo de (1989): *Viaje al país de las matemáticas*. Noviembre

VERA, F. (1970) : *Científicos griegos*. 2 Vols. Aguilar, Madrid

WILSON, J. (1985): *La cultura egipcia*. F C.E. Madrid

YOUNG, L.W. (1947): *Fines, Valor y Método de la Enseñanza Matemática*. Losada.
Buenos Aires.