

DESARROLLO DEL PENSAMIENTO MATEMÁTICO EN EDUCACIÓN INFANTIL

J. A. Fernández Bravo

ENFOQUE Y CARACTERÍSTICAS

1. Características del pensamiento lógico-matemático

CONSTRUCCIÓN DEL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO

Fundamentos psicopedagógicos en la construcción del conocimiento lógico-matemático

El concepto de espacio

El concepto de número

APORTACIÓN DEL ÁREA A LOS OBJETIVOS GENERALES DE ETAPA

ANÁLISIS DE OBJETIVOS, CONTENIDOS Y CRITERIOS DE EVALUACIÓN.

Análisis de Objetivos

Análisis de contenidos

Criterios de Evaluación

EL ÁREA DE MATEMÁTICAS EN RELACIÓN CON LAS OTRAS ÁREAS

INTERVENCIÓN EDUCATIVA

Consideraciones Didácticas y metodológicas

Etapas del acto didáctico

EL REAL DECRETO 829/2003

Utilización de materiales, recursos y experiencias

Experiencias con materiales

Materiales manipulativos

El material audiovisual

Material informático

El aprendizaje de los conceptos lógico-matemáticos a través de la resolución de problemas

Estrategias heurísticas

Técnicas más utilizadas a estas edades para la resolución de problemas

Estrategias numéricas

BIBLIOGRAFÍA

ENFOQUE Y CARACTERÍSTICAS

La Ley Orgánica 1/1990, de 3 de octubre, de Ordenación General del Sistema Educativo (LOGSE), en su artículo 4º dispone que las Administraciones educativas establecerán el currículo de los diferentes niveles, etapas, ciclos y modalidades del sistema educativo.

El Real Decreto 1330/1991, de 6 de septiembre, establece los aspectos básicos del

currículo de la Educación Infantil que se estructura en dos ciclos: primer ciclo (0-3), segundo ciclo (0-6); y en torno a tres áreas o ámbitos de experiencia:

- a) Identidad y autonomía personal
- b) Medio físico y social
- c) Comunicación y representación

Estas áreas, aunque se plantean desde un enfoque global e integrador, se dividen en contenidos. El VI bloque de contenidos del área de “Comunicación y representación” se identifica como: “Relaciones, medida y representación en el espacio”. Este bloque de contenidos trata los conceptos básicos relacionados con el desarrollo lógico y matemático del niño de 0 a 6 años de edad. De los objetivos generales del área, el décimo se corresponde, de forma específica, con el hacer matemático, cuya intención se dirige a desarrollar unos procesos de enseñanza/aprendizaje que capaciten al niño para:

“Utilizar a un nivel ajustado las posibilidades de la forma de representación matemática para describir algunos objetos y situaciones del entorno, sus características y propiedades, y algunas acciones que pueden realizarse sobre ellos, prestando atención al proceso y los resultados obtenidos” (Objetivo nº 10 de los Objetivos generales de la etapa)

En relación con el objetivo general anterior, se dirigen orientaciones al hacer matemático: “En lo que se refiere a la forma de representación matemática, hay que tener en cuenta que el origen del conocimiento lógico-matemático está en la actuación del niño con los objetos y, más concretamente, en las relaciones que a partir de esta actividad establece con ellos. A través de sus manipulaciones descubre las características de los objetos, pero aprende también las relaciones entre objetos. Estas relaciones, que permiten organizar, agrupar, comparar, etc., no están en los objetos como tales, sino que son una construcción del niño sobre la base de las relaciones que encuentra y detecta.

Por esto, la aproximación a los contenidos de la forma de representación matemática debe basarse en esta etapa en un enfoque que conceda prioridad a la actividad práctica; al descubrimiento de las propiedades y las relaciones que establece entre los objetos a través de su experimentación activa. Los contenidos matemáticos serán tanto más significativos para el niño cuanto más posible le sea incardinarlos en los otros ámbitos de experiencia de la etapa” (MEC, LOGSE, Áreas curriculares, pp. 99-100)

Características del pensamiento lógico-matemático

El pensamiento lógico infantil se enmarca en el aspecto sensomotriz y se desarrolla, principalmente, a través de los sentidos. La multitud de experiencias que el niño realiza -consciente de su percepción sensorial- consigo mismo, en relación con los demás y con los objetos del mundo circundante, transfieren a su mente unos hechos sobre los que elabora una serie de ideas que le sirven para relacionarse con el exterior. Estas ideas se convierten en conocimiento, cuando son contrastadas con otras y nuevas experiencias, al generalizar lo que “es” y lo que “no es”. La interpretación del conocimiento matemático se va consiguiendo a través de experiencias en las que el acto intelectual se construye mediante una dinámica de relaciones, sobre la cantidad y la posición de los objetos en el espacio y en el tiempo.

El desarrollo de cuatro capacidades favorece *el pensamiento lógico-matemático*:

- **La observación**: Se debe potenciar sin imponer la atención del niño a lo que el adulto quiere que mire. La observación se canalizará libremente y respetando la acción del sujeto, mediante juegos cuidadosamente dirigidos a la percepción de propiedades y a la relación entre ellas. Esta capacidad de observación se ve aumentada cuando se actúa con gusto y tranquilidad y se ve disminuida cuando existe tensión en el sujeto que realiza la actividad. Según Krivenko, hay que tener presentes tres factores que intervienen de forma directa en el desarrollo de la atención: El factor tiempo, el factor cantidad y el factor diversidad.
- **La imaginación**. Entendida como acción creativa, se potencia con actividades que permiten una pluralidad de alternativas en la acción del sujeto. Ayuda al aprendizaje matemático por la variabilidad de situaciones a las que se transfiere una misma interpretación.
- **La intuición**: Las actividades dirigidas al desarrollo de la intuición no deben provocar técnicas adivinatorias; el decir por decir no desarrolla pensamiento alguno. La arbitrariedad no forma parte de la actuación lógica. El sujeto intuye cuando llega

a la verdad sin necesidad de razonamiento. Ciertamente, esto no significa que se acepte como verdad todo lo que se le ocurra al niño, sino conseguir que se le ocurra todo aquello que se acepta como verdad.

- El razonamiento lógico: El razonamiento es la forma del pensamiento mediante la cual, partiendo de uno o varios juicios verdaderos, denominados premisas, llegamos a una conclusión conforme a ciertas reglas de inferencia. Para Bertrand Russell la lógica y la matemática están tan ligadas que afirma: "la lógica es la juventud de la matemática y la matemática la madurez de la lógica". La referencia al razonamiento lógico se hace desde la dimensión intelectual que es capaz de generar ideas en la estrategia de actuación, ante un determinado desafío. El desarrollo del pensamiento es resultado de la influencia que ejerce en el sujeto la actividad escolar y familiar.

Con estos cuatro factores hay que relacionar cuatro elementos que, para Vergnaud, ayudan en la conceptualización matemática:

- Relación material con los objetos.
- Relación con los conjuntos de objetos.
- Medición de los conjuntos en tanto al número de elementos
- Representación del número a través de un nombre con el que se identifica.

CONSTRUCCIÓN DEL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO

El pensamiento lógico-matemático hay que entenderlo desde tres categorías básicas:

- Capacidad para generar ideas cuya expresión e interpretación sobre lo que se concluya sea: verdad para todos o mentira para todos.
- Utilización de la representación o conjunto de representaciones con las que el lenguaje matemático hace referencia a esas ideas.

- Comprender el entorno que nos rodea, con mayor profundidad, mediante la aplicación de los conceptos aprendidos.

Sobre estas indicaciones cabe advertir la importancia del orden en el que se han expuesto. Obsérvese que, en muchas ocasiones, se suele confundir la idea matemática con la representación de esa idea. Se le ofrece al niño, en primer lugar, el símbolo, dibujo, signo o representación cualquiera sobre el concepto en cuestión, haciendo que el sujeto intente comprender el significado de lo que se ha representado. Estas experiencias son perturbadoras para el desarrollo del pensamiento lógico-matemático. Se ha demostrado suficientemente que el símbolo o el nombre convencional es el punto de llegada y no el punto de partida, por lo que, en primer lugar, se debe trabajar sobre la comprensión del concepto, propiedades y relaciones.

Otra cuestión importante sobre la formación del conocimiento matemático es la necesaria distinción entre: la representación del concepto y la interpretación de éste a través de su representación. Se suele creer que cuantos más símbolos matemáticos reconozca el niño más sabe sobre matemáticas. Esto se aleja mucho de la realidad porque se suele enseñar la forma; así, por ejemplo, escuchamos : “El dos es un patito” o “La culebra es una curva” o Tales expresiones pueden implicar el reconocimiento de una forma con un nombre, por asociación entre distintas experiencias del niño, pero en ningún modo contribuye al desarrollo del pensamiento matemático, debido a que miente sobre el contenido intelectual al que se refiere, por ejemplo, el concepto dos: Nunca designa a UN “patito”. En resumen, lo que favorece la formación del conocimiento lógico-matemático es la capacidad de interpretación matemática, y no la cantidad de símbolos que es capaz de recordar por asociación de formas.

Fundamentos psicopedagógicos en la construcción del conocimiento lógico-matemático

Según Piaget, la facultad de pensar lógicamente ni es congénita ni está preformada en el psiquismo humano. El pensamiento lógico es la coronación del desarrollo psíquico y constituye el término de una construcción activa y de un compromiso con el exterior,

los cuales ocupan toda la infancia. La construcción psíquica que desemboca en las operaciones lógicas depende primero de las acciones sensomotoras, después de las representaciones simbólicas y finalmente de las funciones lógicas del pensamiento. El desarrollo intelectual es una cadena ininterrumpida de acciones, simultáneamente de carácter íntimo y coordinador, y el pensamiento lógico es un instrumento esencial de la adaptación psíquica al mundo exterior. Seguiremos ahora la formación de la inteligencia y en especial el desarrollo del pensamiento lógico desde las primeras manifestaciones de la vida psíquica y distinguiremos en él tres fases:

1. *La inteligencia sensomotora.*
2. *El pensamiento objetivo simbólico.*
3. *El pensamiento lógico-concreto.*

1. La formación de la inteligencia sensomotora. Ya antes de que el niño pequeño empiece a hablar es capaz de actos de inteligencia propiamente dichos. Entendemos por inteligencia la adaptación psíquica a situaciones nuevas. Los actos de inteligencia de la primera fase dependen de la coordinación de los movimientos. La inteligencia sensomotora no es todavía lógica ya que le falta toda reflexión; sin embargo, constituye la preparación "funcional" para el pensamiento lógico. Esta fase tiene seis estadios:

1.1. Primer estadio : El uso de los mecanismos reflejos congénitos. En el nacimiento el lactante está dotado de un grupo de mecanismos reflejos dispuestos a funcionar (reflejo de succión, de prensión, etc.). Progresivamente adapta los movimientos de succión a la forma y tamaño de los objetos. La utilización de los mecanismos reflejos dispuestos para la función es en cierto modo el primer signo de actividad psíquica.

1.2. Segundo estadio: Las reacciones circulares primarias. Una acción que ha producido un resultado agradable se repite y lleva a una de las llamadas reacciones circulares, se constituyen desde el segundo mes las primeras habilidades y costumbres. Las costumbres adquiridas presuponen un proceso

activo de adaptación al mundo exterior.

1.3. Tercer estadio : Las reacciones circulares secundarias. Entre el tercero y el noveno mes se observa la transición progresiva de las habilidades y hábitos adquiridos casualmente a las acciones inteligentes realizadas intencionadamente. Por esta intervención, al principio no intencionada, y después intencional, sobre el mundo exterior, aprende el niño no sólo a adaptar sus movimientos a los objetos habituales, sino también a introducir nuevos objetos en sus reacciones circulares primitivas, de donde la designación de "reacciones circulares secundarias".

1.4. Cuarto estadio: La coordinación del esquema de conducta adquirido y su aplicación a situaciones nuevas. Después de pasado el noveno mes pueden observarse los primeros esquemas de conducta dirigidos intencionadamente a un fin determinado.

1.5. Quinto estadio: El descubrimiento de nuevos esquemas de conducta por la experimentación activa (reacciones circulares terciarias). Hacia el final del primer año el niño encuentra a veces medios originales de adaptarse a las situaciones nuevas.

1.6. Sexto estadio: Transición del acto intelectual sensomotor a la representación. Hacia la mitad del segundo año alcanza la inteligencia sensomotora su total desarrollo. En la práctica el niño en este estadio de desarrollo imita no sólo los objetos y personas presentes, se los representa también jugando, en su ausencia. Las acciones intelectuales realizadas espontánea e intelectivamente constituyen el punto culminante de la fase sensomotora y al mismo tiempo el preludio de la representación y del pensamiento.

2. La formación del pensamiento objetivo-simbólico. La transición de la conducta sensomotora al pensamiento propiamente dicho está ligada a la función de representación o simbolización, es decir, a la posibilidad de sustituir una acción o un objeto por un signo (una palabra, una imagen, un símbolo). En la construcción

de conceptos lógicos la diferencia esencial entre “un”, “algún” y “todos” no se ha alcanzado todavía completamente. En los niños, ya desde los cuatro años, además de la observación de las formulaciones y deducciones verbales espontáneas, podemos llevar a cabo experimentos sistemáticos. De estas experiencias resulta que el niño hasta los siete años piensa objetivamente, pero todavía no lógico-operativamente, debido a que no ha alcanzado la reversibilidad completa de las actividades.

3. La formación del pensamiento lógico-concreto. Alrededor del séptimo año se produce un cambio decisivo en el pensamiento infantil. El niño es capaz entonces de realizar operaciones lógico-concretas, puede formar con los objetos concretos, tanto clases como relaciones.

El concepto de espacio

El sistema espacial euclideo, que constituye el fundamento de la métrica elemental se construye sobre la representación objetiva del espacio que se basa en la vivencia sensoriomotora espacial. El concepto de espacio pasa por tres fases:

1. El espacio sensoriomotor. El lactante conquista el espacio próximo por sus movimientos y percepciones.
2. La representación espacial. La transición de la percepción sensoriomotora a la representación, se caracteriza por una nueva deformación egocéntrica del espacio.
3. La medida del espacio y la perspectiva. A partir de los siete años descubre el niño simultáneamente la medida del espacio y la perspectiva.

La exploración del espacio es previa a las experiencias geométricas. La relación del niño con el espacio que le rodea es progresiva. Los primeros conceptos que adquiere son de naturaleza topológica. La Topología es el estudio de las propiedades del espacio que no están afectadas por una deformación continua y, por tanto, permanecen invariantes en sus transformaciones. Así, una cuerda que está atada, seguirá atada

aunque se estire, se curve , se doble,...

El concepto de número

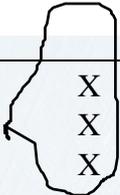
La adquisición del concepto de número (Piaget, Russell, Baroody y Ginsburg, Gelman y Gallistel, Lawrence,...) precisa de la comprensión de relaciones de clasificación (semejanzas) y seriación (diferencias) con colecciones de objetos, a través de operaciones lógicas derivadas de la percepción del principio físico de invariación de la propiedad numérica de esas colecciones de objetos. Dicha adquisición es paulatina y se va consiguiendo en la medida en que el niño intelectualiza distintas y cohesionadas experiencias:

1. Percepción de cantidades. Así: muchos, pocos , algunos, bastantes
2. Distinción y comparación de cantidades de objetos. “Hay tantos como” “ No hay tantos como” “ Aquí hay más que aquí” “ Aquí hay menos que aquí”
3. El principio de unicidad. El niño se dirige a los objetos con el nombre “uno”. Así, refiriéndose a una cantidad perceptible se expresa, por ejemplo, diciendo: “uno y uno”
4. Coordinabilidad. El niño tiene que intelectualizar el concepto “uno” como generalización de la unicidad. De este modo al ver, por ejemplo, un libro se expresará diciendo: “uno”, la misma expresión que tendrá que utilizar al ver un globo, un helado,... comprendiendo que distintos objetos pueden recibir el mismo nombre en tanto a su propiedad numérica.
5. Acción sumativa. Captar que cuanto más veces diga la expresión “uno” a más cantidad de objetos se está refiriendo. Aumentar la cantidad de partida para que siga diciendo “uno”. No se puede comprender el concepto “dos” si no se comprende el concepto “uno y uno”. En la formación del concepto de número está implícita la acción sumativa.

6. Captación de cantidades nombradas. Una vez adquirido el concepto “uno”, el sujeto aprende el nombre convencional de colecciones de objetos a las que nombra en función de “uno”. Así: cuando se exprese con “uno y uno” habrá que indicarle que a “uno y uno” se le dice dos. A “uno y uno y uno” se le dice tres, y así sucesivamente.
7. Identificación del nombre con la representación. Uno (1); Dos (2); tres (3); ...
8. Invariabilidad de las cantidades nombradas convencionalmente. El niño tiene que reconocer “dos” o “tres” o “cuatro” en todas sus distintas posiciones, estableciendo coordinabilidad con colecciones de objetos del mismo cardinal.
9. Captación de relaciones nombradas. Se ha definido intelectualmente el concepto “uno”. Al concepto dos se le identifica como: uno y uno . Al concepto tres se le identifica como: uno y uno y uno. Por dinámica de relaciones, entonces, a tres también se le puede identificar como “dos (uno y uno) y uno”. Y así sucesivamente, estableciendo nuevos nombres por composición al sustituir unos en otros.
10. Captación de relaciones numéricas. Si , $3 = 1+1+1$ y $2 = 1+1$, entonces, $3 = 2+1$.
Si $5 = 1+1+1+1+1$ y $3 = 1+1+1$ y $2 = 1+1$, entonces, $5 = 3 + 2$, o, $5 = 3 + 1+1$, o, $5 = 2 + 1+1+1$, o, $5 = 2 + 2 + 1$; ... A estos números se les conoce con el nombre de números cardinales: 1, 5, 4, 3, 2, 7, ... que son los representantes de todas y cada una de las distintas clases de equivalencia que se forman por todos los conjuntos que poseen la misma propiedad numérica (Cardinalidad)

Para la Captación de cantidades nombradas (Punto 6) se suele utilizar la técnica de contar. Contar es establecer una correspondencia entre el sonido de los números naturales y todos y cada uno de los elementos en cuestión. Como consecuencia de seguir el orden establecido en \mathbb{N} , el último sonido pronunciado coincide con el cardinal de elementos. Este número se identifica con el lugar que ocupa en un conjunto ordenado (ordinalidad).

$X \Rightarrow$ uno



X	⇒ dos
X	⇒ tres
X	⇒ cuatro

Contamos cuatro elementos. El cardinal de cruces es cuatro → 4

Las técnicas propuestas para descubrir el sentido de contar son las siguientes, según Baroody:

Primera Técnica: La serie numérica oral. Consiste en descubrir los nombres de los números en el orden adecuado (uno - dos - tres - ...)

Segunda Técnica: Contar objetos. Consiste en coordinar la verbalización de la serie numérica con la indicación de todos y cada uno de los elementos de la colección. Se establece una correspondencia biunívoca (uno-uno) entre el nombre pronunciado y cada objeto de la colección.

Tercera Técnica: Representación del cardinal. Se utiliza el guarismo que corresponda con el cardinal de la colección de objetos: dos (2), cuatro (4), ...

Cuarta técnica: Comparar magnitudes. El último sonido pronunciado define la magnitud numérica. De este modo podemos comparar magnitudes: más que, menos que, ...

APORTACIÓN DEL ÁREA A LOS OBJETIVOS GENERALES DE ETAPA

El carácter globalizador e integrador de la etapa de Educación Infantil, implica un tratamiento del área que se desarrolle mediante la realización de experiencias significativas para los niños, de tal forma que estas actividades contribuyan a que se alcancen los objetivos generales de etapa que se citan a continuación, según el artículo 2º de la LOGSE, indicándose en todos y cada uno de ellos la aportación de la matemática a su consecución:

a) *Descubrir, conocer y controlar progresivamente el propio cuerpo, formándose una*

imagen positiva de sí mismos, valorando su identidad sexual, sus capacidades y limitaciones de acción y expresión, y adquiriendo hábitos básicos de salud y bienestar.

La clasificación y la seriación son relaciones que se establecen mediante la acción y la expresión. Estas relaciones permiten adquirir instrumentos intelectuales que ayudan en la organización de la realidad. Son actividades de este tipo las que se extienden como aplicación del conocimiento adquirido a los objetos habituales del entorno, iniciándose así en el hábito de pertenecer a un espacio ordenado.

La manipulación de objetos y materiales estructurados, para generar ideas matemáticas y descubrir propiedades y relaciones, permiten, a la vez, desarrollar su motricidad.

Las relaciones espacio-temporales contribuyen a desarrollar el conocimiento de su propio cuerpo.

b) Actuar de forma cada vez más autónoma en sus actividades habituales, adquiriendo progresivamente seguridad afectiva y emocional y desarrollando sus capacidades de iniciativa y confianza en sí mismos.

Cuando se parte del vocabulario del niño para descubrir propiedades y relaciones, a través de la manipulación de materiales adecuados, se establece una aportación lógica, porque se parte de sus expresiones y se termina con su comprensión. Esta forma de actuar desarrolla la iniciativa y fortalece la autonomía y confianza.

c) Establecer relaciones sociales en un ámbito cada vez más amplio, aprendiendo a articular progresivamente los propios intereses, puntos de vista y aportaciones con los de los demás.

El juego con niños y niñas sobre la contrastación de las ideas percibidas, a partir de retos y reglas para obtener el resultado de una situación problemática, permite el desarrollo de una autonomía intelectual. Cuando la aportación del profesor sugiere más que transmite, la lucha por la comprensión de lo que se está haciendo provoca una interacción entre los niños que favorece la autoestima de cada uno de ellos.

d) *Establecer vínculos fluidos de relación con los adultos y con sus iguales, respondiendo a los sentimientos de afecto, respetando la diversidad y desarrollando actitudes de ayuda y colaboración.*

La ayuda en las tareas de recoger un material utilizado, por ejemplo, requiere de una consciencia de clasificación por rincones, características del material, etc. Estas tareas de ayuda se diversifican por actuaciones inteligentes que requieren el uso de conceptos y relaciones matemáticas: Tú estas más cerca de...; tú llegas a porque eres más alto que...

e) *Observar y explorar el entorno inmediato con una actitud de curiosidad y cuidado, identificando las características y propiedades más significativas de los elementos que lo conforman y alguna de las relaciones que se establecen entre ellos.*

La matemática, ante todo, debe permitir que el alumno muestre interés por el medio externo que le rodea. En ocasiones la relación con el entorno despertará el interés por entender algunos fenómenos o situaciones: las propiedades de los objetos en color, forma, tamaño; las posiciones de éstos: dentro, encima, debajo; las respuestas al cuántos, como cardinal o al más que como comparación; su posición para llegar a... primero, segundo, ...; su relación con: más cerca que ... de..., por citar algunas, ayudan a establecer relaciones con los objetos de su entorno y con sus semejantes.

f) *Conocer algunas manifestaciones culturales de su entorno, desarrollando actitudes de respeto, interés y participación hacia ellas.*

En los acontecimientos culturales están implícitos de manera directa o indirecta conceptos matemáticos. La clara concepción de los conceptos básicos del área facilitarán la comprensión de los acontecimientos que suceden: Los números cardinales, la intuición del concepto de tiempo, la distinción de cantidades: muchos-pocos, el concepto de dirección, de recorrido, etc.

g) *Representar y evocar aspectos diversos de la realidad, vividos, conocidos o imaginados y expresarlos mediante las posibilidades simbólicas que ofrecen el juego*

y otras formas de representación y expresión.

La matemática ofrece formas de representación que se pueden utilizar para entender situaciones. Jugar, por ejemplo, con los guarismos para representar estados de ánimo, o, jugar con los números para indicar un orden, establecer secuencias temporales en los acontecimientos para distinguir el antes y el después, pertenecen a una actividad matemática, del mismo modo que anticipar una acción en el juego forma parte de unas inferencias realizadas a partir de la observación que ponen en juego el razonamiento lógico.

h) Utilizar el lenguaje verbal de forma ajustada a las diferentes situaciones de comunicación habituales para comprender y ser comprendido por los otros, expresar sus ideas, sentimientos, experiencias y deseos, avanzar en la construcción de significados, regular la propia conducta e influir en la de los demás.

El lenguaje verbal se ajusta en muchas ocasiones por estructuras que se derivan de la comprensión de relaciones: más alto que, el más alto, no está encima de, a tu derecha de..., del mismo color que, etc., siendo ésta una lista interminable de expresiones, en la que podemos incluir la utilización de los nombres numéricos como adjetivos numerales, que desarrollan el buen uso del lenguaje para la comunicación y el entendimiento.

i) Enriquecer y diversificar sus posibilidades expresivas mediante la utilización de los recursos y medios a su alcance, así como apreciar diferentes manifestaciones artísticas propias de su edad.

Una de las actividades más representativas del hacer matemático es la composición-descomposición, la realización de puzzles de distintos motivos y formas, por ejemplo, o, clasificar por semejanzas y diferencias, ayuda a desarrollar sus posibilidades expresivas.

ANÁLISIS DE OBJETIVOS, CONTENIDOS Y CRITERIOS DE EVALUACIÓN.

Análisis de Objetivos

Como hemos expresado en la introducción del tema, de los objetivos generales del área de Comunicación y representación, el décimo se corresponde con la concretización del hacer matemático, cuya intención se dirige a desarrollar unos procesos de enseñanza/aprendizaje que capaciten al niño para:

“Utilizar a un nivel ajustado las posibilidades de la forma de representación matemática para describir algunos objetos y situaciones del entorno, sus características y propiedades, y algunas acciones que pueden realizarse sobre ellos, prestando atención al proceso y los resultados obtenidos” (Objetivo nº 10 de los Objetivos generales de la etapa)

Expresamos a continuación una secuenciación orientativa de objetivos específicos por ciclos: Primer ciclo (0-3 años) y Segundo ciclo (3-6 años), para el bloque de contenidos referido a la matemática: Relaciones, medida y representación el espacio.

Primer ciclo (0-3 años)

- Observar la diferenciación de los objetos por sus propiedades
- Diferenciar colores
- Diferenciar tamaños
- Clasificar o seriar los objetos por semejanza y diferencia de algunas propiedades percibidas
- Reconocer el elemento unidad que constituye un conjunto de cosas
- Identificar con el nombre “uno” al elemento unidad reconocido
- Explorar el espacio que les rodea estableciendo relaciones básicas respecto a la posición de los objetos: Dentro, fuera, encima, debajo
- Estimar de forma intuitiva la medida del tiempo: rápido, lento; día, noche; ...
- Reconocer la forma de los objetos.
- Identificar la forma de los objetos por semejanza entre éstas a partir de su propio vocabulario
- Mostrar interés y gusto por el aprendizaje de los conceptos y relaciones lógico-matemáticos

Segundo ciclo (3-6 años)

- Identificar colores por su nombre
- Establecer relaciones entre los tamaños de los objetos: “más grande que..., más pequeño que...”
- Reconocer las formas geométricas planas por su nombre: Triángulo, círculo, cuadrado, rectángulo
- Establecer clasificaciones y seriaciones a partir de un criterio dado
- Establecer relaciones de comparación: “más que..., menos que..., igual que..., equivalente a ...”
- Distinguir los guarismos del 0 al 9
- Identificar el cardinal de un conjunto de cosas con su propiedad numérica
- Descomponer un número de una cifra, mayor que 2, como suma de otros dos.
- Ordenar los números cardinales de una cifra según distintos criterios numéricos; principalmente: “sumar uno” y “restar uno”
- Resolver problemas que impliquen la realización de operaciones aritméticas básicas
- Resolver problemas que impliquen la aplicación de razonamientos lógicos adecuados a su edad
- Establecer relaciones respecto a la posición de los objetos: sobre, bajo; encima de, debajo de; fuera de, dentro de; ...
- Establecer relaciones respecto a su posición con los objetos: a mi derecha de, a tu derecha de, a la izquierda de, delante de, detrás de, frente a, ...
- Mostrar interés y gusto por el aprendizaje de los conceptos y relaciones lógico-matemáticas

Análisis de contenidos

Conceptos

1. Propiedades y relaciones de objetos y colecciones: Color, forma, tamaño, textura, etc.; semejanza y diferencia, pertenencia y no pertenencia.

2. Cuantificadores básicos: Todo/nada, lo mismo/diferente, uno/varios, etc.
3. El número. Unidad: Aspectos cardinales y ordinales del número. La serie numérica. Los primeros números.
4. La medida. Situaciones en que se hace necesario medir: Comparación de magnitudes. Unidades de medida naturales (mano, pie, brazo, paso...) y arbitrarias (cuerda, tablilla, recipiente...). Introducción a la estimación y medida del tiempo (mucho rato, poco rato; rápido, lento; día, semana...). Instrumentos de medida del tiempo (reloj, reloj de arena, de agua...).
5. Formas, orientación y representación en el espacio.
Formas planas: Círculo, cuadrado, rectángulo, triángulo.
Cuerpos geométricos: Esfera, cubo.
Las formas y cuerpos en el espacio: Arriba, abajo; sobre, bajo; dentro, fuera; delante, detrás; lejos, cerca; derecha, izquierda; cerrado, abierto...

Procedimientos

Propiedades y relaciones de objetos y colecciones

1. Comparación de distintos objetos en función de sus propiedades.
2. Agrupación de objetos en colecciones atendiendo a sus semejanzas y diferencias.
3. Verbalización del criterio de pertenencia o no pertenencia a una colección.
4. Ordenación de objetos atendiendo al grado de posesión de una determinada cualidad.
5. Utilización de los cuantificadores adecuados para referirse al grado de presencia de una determinada cualidad en objetos y colecciones.

El número

6. Comparación de colecciones de objetos: Igual que, menos que, más que.
7. Aplicación del ordinal en pequeñas colecciones ordenadas.

8. Construcción de la serie numérica mediante la adición de la unidad.
9. Utilización de la serie numérica para contar elementos y objetos de la realidad.
10. Representación gráfica de la cuantificación de las colecciones de objetos mediante códigos convencionales y no convencionales.
11. Resolución de problemas que impliquen la aplicación de sencillas operaciones (quitar, añadir, repartir)

La medida

12. Comparaciones (más largo que, más corto que, más grande que, más pequeño que)
13. Exploración del tamaño de objetos mediante la unidad de referencia elegida.
14. Estimación de la duración de ciertas rutinas de la vida cotidiana en relación con las unidades de tiempo (día, semana, hora), y ubicación de actividades de la vida cotidiana en el tiempo (día, noche, mañana, tarde, semana, festivo...)
15. Utilización de los instrumentos de medida del tiempo para estimar la duración de ciertas rutinas de la vida cotidiana.

Formas, orientación y representación en el espacio

16. Situación y desplazamiento de objetos en relación a uno mismo, en relación de uno con otro, de uno mismo en relación con los objetos.
17. Utilización de las nociones espaciales básicas para explicar la ubicación propia, de algún objeto, de alguna persona.
18. Exploración sistemática de algunas figuras y cuerpos geométricos para descubrir sus propiedades y establecer relaciones.

Actitudes

1. Gusto por explorar objetos, contarlos y compararlos, así como por actividades que impliquen poner en práctica conocimientos sobre las relaciones entre objetos.
2. Apreciación de la utilidad de los números y de las operaciones en los juegos y problemas que se presentan en la vida cotidiana.
3. Curiosidad por descubrir la medida de algunos objetos de interés en la medición del

tiempo.

4. Interés por mejorar y precisar la descripción de situaciones, orientaciones y relaciones.

Criterios de Evaluación

Conviene atender a cuatro apartados claramente diferenciados, según Fernández Bravo:

- **PROPIEDADES DE LOS OBJETOS**
 - RECONOCER
 - DISTINGUIR UNAS DE OTRAS
 - IDENTIFICAR POR SU NOMBRE
 - ESTABLECER RELACIONES (Clasificación, orden)

- **ORIENTACIÓN ESPACIO-TEMPORAL Y MEDIDA**
 - POSICIONAR UN OBJETO RESPECTO A SÍ MISMO
 - POSICIONAR UN OBJETO RESPECTO A OTRO
 - IDENTIFICAR EL MOVIMIENTO QUE SE REALIZA EN UN DESPLAZAMIENTO
 - ESTABLECER SECUENCIAS TEMPORALES RESPECTO A UNA UNIDAD DE TIEMPO DEFINIDA
 - COMPARAR Y ESTABLECER RELACIONES DE MEDIDA

- **RELACIONES NUMÉRICAS**
 - COMPARAR CANTIDADES (Tantos como, más que, menos que)
 - ASOCIAR CANTIDAD Y GRAFÍA
 - COMPONER Y/O DESCOMPONER NÚMEROS CARDINALES DE UNA CIFRA
 - IDENTIFICAR UNA POSICIÓN ORDINAL

- **LÓGICA Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS**
 - RECONOCER LA VERDAD O FALSEDAD DE UN ENUNCIADO AFIRMATIVO
 - RECONOCER LA VERDAD O FALSEDAD DE UN ENUNCIADO CON NEGACIÓN
 - RECONOCER LA VERDAD O FALSEDAD DE UN ENUNCIADO QUE SE EXPRESA CON CUANTIFICADORES LÓGICOS
 - ELABORAR ESTRATEGIAS LÓGICAS ANTE UN DESAFÍO
 - RESOLVER PROBLEMAS MATEMÁTICOS SENCILLOS

El Real Decreto 1333/1991, de 6 de septiembre, del currículo de la Educación Infantil, establece que el profesorado evaluará el desarrollo de las capacidades de los niños y niñas, así como el propio proceso de enseñanza y el Proyecto curricular, a través de una

evaluación que contribuya a mejorar la actividad educativa. La Orden de 12 de noviembre de 1992, sobre evaluación en Educación Infantil (B, 0, E, del 21), define el carácter de esta evaluación y establece algunos documentos básicos para efectuarla, También describe cómo debe desarrollarse el proceso de evaluación, y la información que debe comunicarse a las familias, así como la necesidad de efectuar la evaluación del proceso de enseñanza y del Proyecto curricular. Por ello, es necesario ofrecer al profesorado de esta etapa de educación infantil una mayor información en cuanto a procedimientos y estrategias de evaluación para las Relaciones, medida y representación en el espacio, así como poner a su disposición algunos ejemplos que puedan ayudarles en su reflexión sobre lo más adecuado.

En la evaluación se tendrán en cuenta las conclusiones derivadas de las entrevistas con los padres al iniciar el curso, y unas pautas de observación inicial, que pueden ser utilizadas durante el periodo de adaptación de los niños y niñas al centro.

Criterios de evaluación: Primer ciclo

- Ser capaz de diferenciar las características de los objetos, dirigiéndolas a establecer relaciones sencillas de ordenación, seriación y clasificación
- Explorar e identificar algunos objetos por su color, uso, forma y tamaño.
- Establecer semejanzas y diferencias entre objetos, animales y personas de su entorno próximo
- Ser capaz de aplicar al entorno inmediato las nociones espaciales y las nociones temporales básicas
- Contar hasta tres, identificando la propiedad numérica de distintos conjuntos de elementos
- Resolver situaciones problemáticas sencillas, relacionadas con su vida cotidiana.

Criterios de evaluación: Segundo ciclo

- Ser capaz de diferenciar las características de los objetos, dirigiéndolas a establecer relaciones sencillas de ordenación, seriación y clasificación
- Explorar e identificar algunos objetos por su color, uso, forma y tamaño.
- Establecer semejanzas y diferencias entre objetos, animales y personas de su entorno próximo, expresando relaciones entre ellos mediante la correcta utilización de cuantificadores básicos
- Ser capaz de aplicar al entorno inmediato las nociones espaciales y las nociones temporales básicas, utilizando algunos instrumentos de medida del tiempo. así como la utilización de cuantificadores
- Ser capaz de secuenciar historias de más de tres partes
- Reconocer símbolos matemáticos con modelos o sin ellos
- Reconocer y escribir los números cardinales de una cifra y expresarlos como resultado de una suma de dos números
- Ser capaz de medir distancias con medidas naturales
- Resolver problemas que implican operaciones sencillas, relacionándolos con otros contenidos y analizando su resultado

EL ÁREA DE MATEMÁTICAS EN RELACIÓN CON LAS OTRAS ÁREAS

El profesor relacionará las áreas, teniendo siempre en cuenta el ámbito de las capacidades, el desarrollo individual y las relaciones personales. El carácter de la etapa se caracteriza por una expresión progresiva de la autonomía, la observación y la crítica. Estos elementos de avance tienen por condición la dirección globalizadora como objeto de reflexión y

planificación. Sin perder de vista los contenidos específicos de cada área, que exigen un correcto aprendizaje, el profesor tendrá en cuenta que las tres áreas se relacionan entre sí, contemplando actividades formadoras a este fin en sus programaciones: “Las programaciones contemplaran contenidos referidos a las tres áreas de la etapa, pero se realizarán a través de las actividades globalizadoras, con el necesario respeto a los ritmos de juego, trabajo y descanso de los niños y niñas” (LOGSE, Art. 8º. 3)

En este sentido nos interesa saber qué relación guardan las matemáticas, o pueden guardar, con las demás áreas de la etapa de Educación Infantil. En primer lugar, ubicaremos el hacer matemático al área que le corresponde: “Comunicación y representación”; área en la que no es difícil percibir que la matemática pueda pertenecer a ella. Las matemáticas son un conjunto de códigos; lenguaje por tanto que requieren de una interpretación heredada científicamente para relacionarnos entre nosotros y entender el medio en el que vivimos: Informaciones, formas de comunicarnos y significación de muchas situaciones son inherentes al conocimiento matemático para ser entendidas. La motivación para adquirir estos nuevos códigos y sus características diferenciales, su comprensión y valoración de utilidad funcional demuestran la necesidad de preparación didáctica que exigen los procesos de enseñanza-aprendizaje, en un entorno de constante relación: sus ideas matemáticas son expresadas mediante su lenguaje al que intentará hacer corresponder objetos y gestos para aumentar su comunicación, de este modo son aprendidas nociones matemáticas que, a su vez, retroalimentan la acción verbal, siendo ahora éstas las que sirvan para expresar dominio en su relación con el medio: a través de relaciones temporales (antes-después); de relaciones espaciales (dentro de, fuera de, más cerca que, a tu derecha de,...); de relaciones de medida; de relaciones numéricas; ... ampliando progresivamente su experiencia y la construcción de un conocimiento también sobre el medio físico y social (Medio físico y social), otorgando existencia a sentimientos de pertenencia, respeto e interés de todos los elementos que lo integran. De esta forma la matemática se relacionará con este área: utilizando, por ejemplo, cuantificadores básicos al nombrar alguna característica de los animales y plantas de su entorno; resolviendo problemas en los que intervengan secuencias de la vida de la escuela; o, situando en el tiempo ciertas actividades de la vida cotidiana.

Respecto al área de Identidad y autonomía personal cabe decir sin equivocación que el hacer matemático está con ella, en íntima relación, debido a que éste hacer que exige la matemática es un hacer de descubrimiento de control y de constatación de posibilidades. La matemática permite utilizar diversas posibilidades expresivas y su tratamiento lógico planifica acciones en los juegos que permiten aprender nuevos conceptos, analizar nuevas situaciones e iniciarse en la adquisición de nuevas habilidades motrices ajustando sus movimientos al espacio y a los objetos donde se encuentra. Estas acciones desarrollan la capacidad de los niños para utilizar los recursos personales, creciendo la relación entre el yo y el otro, y entre el yo y el mundo externo.

INTERVENCIÓN EDUCATIVA

Consideraciones Didácticas y metodológicas

Generalmente se ha aceptado que el aprendizaje de la matemática en la etapa infantil se refería al número y a la cantidad, apoyadas principalmente sus actividades en el orden y la seriación, siendo el contar el trabajo máspreciado para la actividad matemática. Hoy la naturaleza de la enseñanza de la matemática se muestra diferente: como expresión, como un nuevo lenguaje y un nuevo modo de pensar con sus aplicaciones prácticas a su entorno circundante, mediante la contrastación de las ideas “La interacción entre los niños y las niñas constituye tanto un objetivo educativo como un recurso metodológico de primer orden. Las controversias, interacciones y reajustes que se generan en el grupo facilitan el progreso intelectual, afectivo y social” (Mec, LOGSE, Principios metodológicos de la etapa , p.130). Aunque la asociación matemática y número suele ser habitual, se hace necesario indicar que no siempre que aparece la matemática se refiere al número, del mismo modo que el hecho de utilizar números nada puede decir del hacer matemático, si este hacer no ha sido generado por una acción lógica del pensamiento. “La actividad que el niño realiza tendrá un carácter constructivo en la medida en que a través del juego, la acción y la experimentación descubra propiedades y relaciones y vaya construyendo sus conocimientos” (Mec, LOGSE, Principios metodológicos de la etapa , p.129)

El desarrollo del pensamiento lógico-matemático se puede recorrer didácticamente:

- a) Estableciendo relaciones y clasificaciones entre y con los objetos que le rodean.
- b) Ayudarles en la elaboración de las nociones espacio-temporales, forma , número, estructuras lógicas, cuya adquisición es indispensable para el desarrollo de la inteligencia.
- c) Impulsar a los niños a averiguar cosas, a observar, a experimentar, a interpretar hechos, a aplicar sus conocimientos a nuevas situaciones o problemas
- d) Desarrollar el gusto por una actividad del pensamiento a la que irá llamando matemática.
- e) Despertar la curiosidad por comprender un nuevo modo de expresión.
- f) Guiarle en el descubrimiento mediante la investigación que le impulse a la creatividad.
- g) Proporcionarles técnicas y conceptos matemáticos sin desnaturalización y en su auténtica ortodoxia.

Los procedimientos que se utilicen para la consecución de los objetivos presentados anteriormente serán válidos en tanto se apoyen lo más posible en el juego, obteniendo como resultado experiencias fructíferas que aseguren la fiabilidad del conocimiento lógico y matemático. “El profesor procurará que la construcción progresiva del niño se realice siempre desde la actuación del pequeño, alrededor de problemas y situaciones concretos en los que pueda encontrar sentido porque conecten con sus intereses y motivaciones” (Mec, LOGSE, Principios metodológicos de la etapa , p.129)

Dienes, plantea cuatro principios básicos para el aprendizaje de la matemática, son los siguientes:

Principio dinámico. El aprendizaje marcha de la experiencia al acto de categorización, a través de ciclos que se suceden regularmente uno a otro. Cada ciclo consta, aproximadamente, de tres etapas: una etapa del juego preliminar poco

estructurada; una etapa constructiva intermedia más estructurada seguida del discernimiento; y, una etapa de anclaje en la cual la visión nueva se fija en su sitio con más firmeza.

Principio de construcción. Según el cual la construcción debe siempre preceder al análisis. La construcción, la manipulación y el juego constituyen para el niño el primer contacto con las realidades matemáticas.

El principio de variabilidad perceptiva. Establece que para abstraer efectivamente una estructura matemática debemos encontrarla en una cantidad de estructuras diferentes para percibir sus propiedades puramente estructurales. De ese modo se llega a prescindir de las cualidades accidentales para abstraer lo esencial.

El principio de la variabilidad matemática. Que establece que como cada concepto matemático envuelve variables esenciales, todas esas variables matemáticas deben hacerse variar si ha de alcanzarse la completa generalización del concepto. La aplicación del principio de la variabilidad matemática asegura una generalización eficiente.

Apoyándose en las tres etapas de diferenciación para la adquisición del conocimiento, según Piaget: “concreta”, “formal” y “abstracta”, el planteamiento de intervención educativa recorre tres fases paralelas para la intelectualización de los conceptos:

- Manipulativa (Relaciones físicas con los objetos)
- Gráfica (Relaciones a través de la representación de los objetos)
- Simbólica (Identificación y aplicación del símbolo que representa las relaciones)

Ausubel, advierte a la intervención educativa de la necesidad de partir de los conocimientos previos del educando para obtener, según expresa este autor, un *aprendizaje significativo*, en tanto que el niño es el constructor activo de sus propios conocimientos.

Etapas del acto didáctico

Existen cuatro etapas fundamentales en el acto didáctico (Fernández Bravo, 1995b): Elaboración, Enunciación, Concretización y Transferencia o Abstracción. Este orden de presentación de las etapas es irremplazable.

Etapas de Elaboración. En esta etapa se debe conseguir la intelectualización de la/s estrategia/s, concepto/s, procedimiento/s que hayan sido propuestos como tema de estudio.

El educador, respetando el trabajo del educando y el vocabulario por él empleado, creará, a partir de las ideas observadas, desafíos precisos que sirvan para canalizarlas dentro de la investigación que esté realizando en su camino de búsqueda. Tal planteamiento, supone evitar la información verbal, así como las palabras correctivas: "bien" o "mal"; utilizando, en todo momento, ejemplos y contraejemplos que aporten continuidad a la pluralidad de respuestas que escuchemos. Estas respuestas, ya correctas o incorrectas, se forman a través de un diálogo entre todos y de un diálogo interior, y deben ser recogidas, como hipótesis, desde la motivación de comprobarlas por sus propios medios para establecer conclusiones válidas. La curiosidad por las cosas surge por la actualización de las necesidades de nuestros alumnos; necesidades, no solamente físicas o intelectuales sino también operativas en el pensamiento para buscar soluciones a las dudas que se reflejan en focos concretos de las situaciones propuestas.

Esta etapa subraya el carácter cualitativo del aprendizaje. El respeto al niño es obligación permanente para que su originalidad y creatividad tome forma en las estrategias de construcción del concepto o relación. Y es en esta etapa, más que en ninguna otra, donde el educador pondrá a prueba el dominio que tiene sobre el tema. Un dominio sin el cual se perderá fácilmente.

Etapas de Enunciación. El lenguaje, que desempeña un papel fundamental en la formación del conocimiento lógico-matemático, se convierte muchas veces en obstáculo para el aprendizaje. Los niños no comprenden nuestro lenguaje. Si partimos de nuestras expresiones les obligaremos a repetir sonidos no ligados a su experiencia. Estas

expresiones darán lugar a confusión y se verá aumentada la complejidad para la comprensión de los conceptos y la adquisición de otros nuevos. Por esto, llegados al punto en que el niño ha comprendido a partir de la generación mental de una serie de ideas expresadas libremente con su particular vocabulario, se hace necesario enunciar o simbolizar lo que ha comprendido, respecto a la nomenclatura o simbología correctas: *los convencionalismos*. Este es el objetivo de esta etapa: poner nombre o enunciar con una correcta nomenclatura y simbología. Por ello, la etapa anterior es de exagerada importancia y debe tener su particular evaluación para no considerar intelectualizado todo lo que en ella se ha visto, sino todo lo que en ella, ciertamente, se ha intelectualizado.

En esta etapa, se puede orientar al sujeto de esta forma: "Eso que tú dices ... se dice...", "Eso que tú escribes como... se escribe...", "Lo que tú llamas... se llama...", "Lo que tú expresas de la forma... se expresa...", "Lo que tú indicas con... se indica..." (...)

Etapa de Concretización. Es la etapa en la que el educando aplica, a situaciones conocidas y ejemplos claros *ligados a su experiencia*, la estrategia, el concepto o la relación comprendida con su nomenclatura y simbología correctas. Se proponen actividades similares a las realizadas para que el alumno aplique el conocimiento adquirido, y evaluar en qué medida ha disminuido el desafío presentado en la situación propuesta en la etapa de Elaboración.

Etapa de Transferencia o Abstracción. Etapa en la que el niño aplica los conocimientos adquiridos a cualquier situación u objeto *independiente de su experiencia*. Es capaz de generalizar la identificación de una operación o concepto y aplicarlo correctamente a una situación novedosa, tanto en la adquisición de nuevos contenidos, como en la interrelación con el mundo que le rodea. En muchas ocasiones, no se puede estudiar después de la etapa de Concretización; se confundiría con ella y su independencia como etapa no sería significativa. Existen niños que reproducen, sin dificultad alguna, formas de figuras inmediatamente después de haberlas trabajado, y, sin embargo, muchos de ellos no reconocen esas formas en los objetos del entorno en el que desenvuelven su actividad cotidiana, unos días más tarde. Se puede decir, que estos alumnos no han asimilado la relación o conjunto de relaciones trabajadas con

anterioridad sobre el concepto. Si esto ocurre, el educador revisará la preparación de las etapas anteriores y su actuación en ellas, desde una investigación-acción.

La etapa más difícil para el educador es la etapa de Elaboración y, sin embargo, debe ser la que le resulte más fácil al educando. Las etapas presentadas no se pueden ver como cuatro pasos distintos sino como un *todo* ligado en el PROCESO DIDÁCTICO. Las características de la actuación del educador y su incidencia en la actuación del niño de estas edades se pueden resumir de la siguiente manera:

EL PROFESOR TIENE QUE...

- Observar las respuestas de los niños sin esperar la respuesta deseada.
- Permitir, mediante y ejemplos y contraejemplos, que el niño corrija sus errores.
- Evitar la información verbal y las palabras correctivas: "Bien", "Mal", o formulaciones con la misma finalidad.
- Respetar las respuestas, conduciendo, mediante preguntas, el camino de investigación que ha propuesto el sujeto.
- Enunciar y/o simbolizar la relación, estrategia, estructura lingüística o procedimiento que se estén trabajando con la nomenclatura correcta, después, y sólo después, de su comprensión.

EL NIÑO TIENE QUE...

- Ver su trabajo como un juego.
- Dudar sobre lo que está aprendiendo.
- Jugar con las respuestas antes de escoger una de ellas.
- Tener la completa seguridad de que no importa equivocarse.
- Conquistar el concepto; luchar por su comprensión.
- Dar explicaciones razonadas.
- Trabajar lógica y matemáticamente.
- Transferir los conocimientos adquiridos a otras nuevas situaciones.

EL REAL DECRETO 829/2003, de 27 de junio (BOE 1 de julio), fija las enseñanzas comunes de los elementos básicos del currículo en Educación Infantil: Objetivos, contenidos y criterios de evaluación, según establece la Ley Orgánica 10/2002, de 23 de diciembre, de Calidad de la Educación, en su artículo 8.2

La Educación Infantil se cursa desde los tres a los seis años de edad.

Este R.D. orienta en la atención individualizada y personalizada para ajustarse al ritmo de aprendizaje de cada niño. El modelo educativo se apoya en actividades y experiencias, aplicadas en un ambiente de afecto y confianza, donde el juego es uno de los principales recursos educativos. “La exploración y la curiosidad espontáneas deberán desarrollarse a través de actividades que conduzcan a la adquisición de las bases del conocimiento”

El artículo 3. 1. establece los objetivos, a modo de capacidades. Se relaciona con las matemáticas el objetivo f) Iniciarse en las habilidades numéricas básicas.

El artículo 4, organiza las áreas de Educación Infantil, orientando a que los contenidos se trasmitan por medio de actividades globalizadas que tengan interés y significado para el niño. El área relacionada con el desarrollo del pensamiento lógico y matemático es “La representación numérica”

Los contenidos del área de REPRESENTACION NUMÉRICA, son los siguientes:

- a) **Propiedades de los objetos: forma y tamaño**
- b) **Expresión de la cuantificación**
- c) **Los primeros números ordinales**
- d) **La serie numérica: los nueve primeros números. Su presentación gráfica**
- e) **Iniciación al cálculo con las operaciones de unir y separar por medio de la manipulación de objetos**
- f) **Nociones básicas de medida. Unidades de medida naturales. Medidas temporales. Instrumento de medida del tiempo: el reloj**
- g) **Formas planas: círculo, cuadrado, rectángulo y triángulo. Cuerpos geométricos: esfera y cubo**
- h) **Nociones básicas de orientación y situación en el espacio**

Los criterios de evaluación que se relacionan con el área de REPRESENTACIÓN NUMERICA, según el R.D. 829/2003, son:

- **Aprender a contar de forma correcta**
- **Identificar los nueve primeros números y su representación gráfica**
- **Conocer los primeros números ordinales**
- **Realizar las grafías de los números sencillos**
- **Clasificar elementos atendiendo a sus propiedades**

- **Resolver problemas sencillos que impliquen operaciones básicas**
- **Identificar las formas geométricas más elementales: círculo, cuadrado, triángulo y rectángulo**

Utilización de materiales, recursos y experiencias

Cada vez más, la comprensión de los conceptos se empareja a la manipulación de materiales capaces de generar ideas válidas sin desnaturalizar el contenido matemático. A este afán de comprensión hay que añadir la necesidad de extensión, de los conceptos adquiridos, al entorno inmediato en el que el niño se desenvuelve, con el claro objetivo de aplicar correctamente las relaciones descubiertas, y descubrir otras nuevas que aporten al conocimiento amplitud intelectual.

El planteamiento didáctico se dirige a utilizar el contenido, como medio, para obtener conocimiento. Contenido es lo que se enseña y, conocimiento, lo que se aprende. Por eso, aprender no consiste en repetir las informaciones escuchadas o leídas, sino en comprender las relaciones básicas mediante la contrastación de las ideas: Adquirir hábitos de pensamiento, desarrollar la capacidad creativa, descubrir relaciones, transferir ideas a otras nuevas situaciones, observar hechos, intuir conceptos, imaginar situaciones, o, buscar nuevas formas de hacer donde, aparentemente, siempre había una y sólo una.

La utilización de materiales y recursos es consecuente, en su hacer didáctico, con la interpretación que se tenga de la matemática. Que los materiales “didácticos” se apliquen para el desarrollo del pensamiento lógico-matemático, no significa que cubran los altos desafíos educativos para la intelectualización y aplicación de los conceptos y relaciones. Es la didáctica utilizada la que nos conducirá, o no, al cumplimiento de tales objetivos.

El empleo del material es, sin duda, más que necesario. Pero si ha de ser fructífero y no perturbador debe llevar implícito un fuerte conocimiento de los fenómenos intelectuales que se pueden conseguir y de cómo se consiguen.

El material no debe ser utilizado, sino manipulado. Lo que se debe utilizar es el conjunto de ideas que, de su manipulación, se generan en la mente y canalizarlas, en tanto que han sido descubiertas por el niño, en el procedimiento matemático.

Una cosa es "enseñar" una situación matemática y que el niño aprenda, y otra, muy distinta, es permitir que el niño manipule, observe, descubra y llegue a elaborar su propio pensamiento. No debemos imponer ningún modo particular para la realización de las distintas actividades. Saber sugerir para que el educando intuya, es lo propio. Como el trabajo activo va dirigido al niño es él quien debe realizar la experiencia y él, quien llegue al descubrimiento por sus propios medios: concediéndole la posibilidad de jugar con las respuestas antes de escoger una de ellas; y, eliminando los condicionantes que sujetan la opción de argumentar sus libres decisiones, en la elaboración de estrategias para la resolución de los conflictos cognitivos que se le puedan plantear en relación con el material. Así, la matemática se presenta como algo de lo que se disfruta al mismo tiempo que se hace uso de ella.

El material más adecuado es aquel que, partiendo siempre del juego, posibilita al niño pasar de la manipulación concreta a la generalización de la idea que ha sido capaz de generar a través de su manipulación. Existen muchos materiales estructurados que permiten la realización de las experiencias descritas anteriormente. Aparte de esto, hay que tener en cuenta una serie de condiciones que debe cumplir todo material didáctico; éstas son, entre otras:

- Ser seguro, es decir, no presentar ningún tipo de peligro, como toxicidad o aristas cortantes.
- Ser resistente y duradero.
- Ser de fácil manejo.
- Poder utilizarse con finalidad pedagógica.
- Ser atractivo.
- Ser polivalente.
- No ser muy estructurado, esto es, que permita actuar al niño

- Ser experimentable.

Experiencias con materiales

- **Utilización de materiales continuos y materiales separados.** Se entiende por material continuo aquel que no se puede contar, y por material separado aquel con el que se pueden formar colecciones de objetos representándose la unicidad por el elemento que las constituye. Son materiales continuos: arena, agua, barro, ... Son materiales separados: piedras, hojas, monedas, lapiceros, ... Las actividades que se generen a través de estas experiencias se dirigirán a: ejercitar la motricidad gruesa, percibir cantidades y percibir propiedades: forma, tamaño, color, posición.
- **Experiencias de clasificación y seriación.** Partiendo del nombre y el reconocimiento de los objetos se jugará con la definición de algunos criterios. Así, por ejemplo, servirán como criterios de clasificación: Tener el mismo color, tener el mismo tamaño, tener la misma forma,... ; y como criterios de seriación: Más largo que, más grande que, ... Estas experiencias preparan para las relaciones de orden y las relaciones de equivalencia, implícitas en la comprensión del concepto de número cardinal.
- **Experiencias de medida.** Se provoca a la consciencia del niño para que perciba la necesidad de una unidad de medida y establezca comparaciones a través de la cantidad de unidades que se necesitan. Así, por ejemplo, llenar un cubo de agua con una unidad arbitraria elegida por convenio (un vaso). Llenar otro cubo con la misma unidad y comparar por correspondencia biunívoca en qué cubo, por ejemplo, se han echado más vasos.
- **Experiencias espaciales.** Se pueden trabajar a través de la psicomotricidad para que el niño tome conciencia del propio cuerpo y de lo que le rodea. Se trata de que perciba su situación en el espacio, su posición respecto a los objetos, que pueda percibir con los sentidos los movimientos que puede realizar en ese espacio (rápido, despacio, parado,...). Relaciones como: Más cerca de, encima de, dentro de, delante de, al lado de, ...representan las actividades que pueden dirigir estas experiencias. La distinción de formas, su reconocimiento e identificación, así

como las relaciones de tipo topológico (entre, abierto, cerrado, ...) pertenecen también a las experiencias espaciales. Algunas actividades que ayudan al estudio matemático de estas relaciones y conceptos, pueden ser las siguientes: Recortar formas sencillas, pegar, organizar puzzles, rompecabezas, frisos, identificar formas, distinguir líneas abiertas y líneas cerradas, ...

- **Experiencias numéricas.** A partir de objetos muy significativos para el niño, se forman colecciones. Se deben distinguir: elementos que pertenecen a esa colección, de elementos que no pertenecen a ella. Se establecerán correspondencias biunívocas (elemento-elemento) entre esas colecciones de objetos (niño-silla, por ejemplo), en relación con: “tantos como”. De esta forma observarán que existen colecciones de objetos con igual propiedad numérica. Todas estas colecciones pertenecen a una misma clase que se irá representando con su correspondiente guarismo: 1, 3, 2, 5, 4,... En este sentido, el objetivo fundamental es que el niño relacione el nombre del cardinal con su guarismo correspondiente. Las colecciones de objetos nos servirán para establecer composiciones y descomposiciones entre éstas y sus elementos, respectivamente. De este modo el cardinal 5 también se podrá escribir como $4 + 1$, o, $3+2$, ... Comparar números cardinales para que lleguen a descubrir que cada número “más uno” equivale al siguiente.

Materiales manipulativos

Los materiales más habituales en su uso, y que han probado suficientemente su valía son: El material Montessori, Los bloques Lógicos, Las regletas de Cuisenaire y los lottos.

1. ***El material sensorial Montessori.*** Consta de un conjunto de 10 barras; cada barra está pintada de colores azul o rojo que se van alternando: La más corta es de diez centímetros y de color rojo, la siguiente en longitud es de veinte centímetros, separada en dos segmentos, uno azul y otro rojo. Y así, sucesivamente hasta la mayor de las barras, de un metro de longitud. Se pueden trabajar relaciones de equivalencia

(apareamientos) y de orden (ordenaciones). Las ideas que se pueden generar a través de la manipulación del material ayudan a comprender los siguientes conceptos:

- Propiedades y relaciones de objetos y colecciones
- El número. Unidad: Aspectos cardinales y ordinales del número. La serie numérica.
- La medida. Situaciones en las que se hace necesario medir. Comparación de magnitudes. Unidades de medida. Estimación de medida. Precisión de medida.

2. **Los bloques lógicos de Dienes.** Es una colección de figuras formada por 48 piezas que combinan cuatro atributos: Forma, color, tamaño y grosor. En cuanto a la forma se presentan: Triángulos, círculos, cuadrados y rectángulos. Respecto al color: Amarillo, rojo y azul. Respecto al tamaño: Grande y pequeño. En cuanto al grosor: grueso y delgado.

Las ideas que se pueden generar a través de la manipulación del material ayudan a comprender los siguientes conceptos:

- Propiedades y relaciones de objetos y colecciones: Color, forma, tamaño, grosor; semejanza y diferencia, pertenencia y no pertenencia.
- cuantificadores básicos: Todos, algunos, ninguno, lo mismo/diferente, uno/variados
- Formas, orientación y representación en el espacio. Formas planas: círculo, cuadrado, rectángulo, triángulo. Las formas y los cuerpos en el espacio. Arriba, abajo; dentro, fuera; delante, detrás; cerca, lejos; ...

3. **Los Números en Color o Regletas de Cuisenaire.** Son prismas, representados por listones de madera o plástico, que van desde 1 cm hasta 10 cm de altura, teniendo todos por base un centímetro cuadrado de superficie. Están coloreados según su tamaño: La regleta de 1 cm de altura es de color blanco, la de dos centímetros de altura es de color rojo, verde claro, rosa, amarillo, verde oscuro, negro, marrón, azul y naranja, respectivamente.

Las ideas que se pueden generar a través de la manipulación del material ayudan a comprender los siguientes conceptos:

- Propiedades y relaciones de objetos y colecciones: Color, forma, tamaño; semejanza y diferencia, pertenencia y no pertenencia.
- Cuantificadores básicos: Todos, algunos, ninguno, lo mismo/diferente, uno/variados
- Formas, orientación y representación en el espacio. Las formas y los cuerpos en el espacio: Arriba, abajo; dentro, fuera; delante, detrás; cerca, lejos; ...
- El número. Unidad: Aspectos cardinales y ordinales del número. La serie numérica. Composiciones y descomposiciones.
- La medida. Situaciones en las que se hace necesario medir. Comparación de magnitudes. Unidades de medida. Estimación de medida. Precisión de medida.

4. *Lottos. Lottos o loterías*

El objetivo de estos juegos es, fundamentalmente, (Guía de Recursos para la Educación Infantil, MEC) que el niño desarrolle en capacidad de atención y observación, y a partir de aquí sea capaz de establecer relaciones que suponen un proceso de asociación, identificación y deducción.

Existen distintos tipos de lottos. Pueden clasificarse atendiendo a:

- La forma en que se presentan.
- El proceso mental que desarrollan.
- El tema que tratan.

Atendiendo a la forma:

- De superposición.
- De no superposición.

Entendemos por LOTTOS de superposición los compuestos por tableros, de madera o cartón, divididos en casillas, en cada una de las cuales aparece una figura, y por fichas,

también con figuras, que por alguna razón pueden asociarse, relacionarse o identificarse con las del tablero, colocándolas encima de las que corresponda. También se consideran LOTTOS los juegos que utilizan otro sistema (sin superposición) de relacionar, asociar o identificar las figuras o a los cartones en cuya cabecera figura una escena con un determinado número de elementos de distinta naturaleza.

Atendiendo al proceso mental que desarrollan, podríamos clasificar los juegos de LOTTO de la siguiente manera:

- De IDENTICOS: Su finalidad es que el niño descubra dos figuras iguales atendiendo a la forma, tamaño, color, etc., y las relacione. Estos juegos desarrollan la capacidad de observación y la capacidad discriminativa.
- De INTEGRACIÓN PARTE-TODO: Pretenden que el niño complete una imagen con la tarjeta en la que aparece la parte que le falta a aquélla. Este tipo de juego, al igual que los puzzles, favorece los procesos de análisis y síntesis.

Los de deducción son aquellos en los que en cada casilla se presenta un conjunto de elementos, faltando, en cada caso, uno de ellos para que el conjunto esté completo. En cada tablilla suelta aparece el elemento que falta para completar el conjunto. Su finalidad es desarrollar la capacidad de abstraer, generalizar, comparar y, a veces, la de memorizar.

Atendiendo al tema:

Según el tema que traten, los juegos de lotto pueden ser:

- De color.
- De figuras geométricas.
- De figuras no geométricas: flores, animales, objetos de la casa, herramientas, estaciones del año, posiciones espaciales, de tamaños, de números y elementos, etc.

El material audiovisual

Actualmente, el mundo de la imagen presenta multitud de experiencias, a las que el niño dedica mucho tiempo de observación. En este sentido, los medios audiovisuales, dirigidos a la educación matemática del alumno, se tienen que considerar un instrumento de uso cotidiano, y no sólo en su concepción más habitual de imagen

dinámica (vídeo, sino también en el análisis de imagen fija. Desde este punto de vista el material a utilizar sería:

- Grabadores, reproductores de sonido y amplificadores de sonido.
- Fotocopiadora en blanco y negro y en color.
- Proyector de diapositivas
- Máquina fotográfica
- Retroproyector de transparencias
- Monitor de televisión
- Videos didácticos
- Cámara de vídeo

La utilización de los medios audiovisuales abarca todas las fases de cada actividad práctica programada, ya que se puede utilizar para la adquisición de un concepto matemático que se va a investigar, como herramienta de trabajo en el desarrollo de la investigación mediante la que se pueden presentar pautas para la adquisición y descubrimiento del concepto o relación, como soporte para la presentación de sus resultados donde ellos se puedan observar y criticar situaciones, e incluso como evaluación del alumnado.

Material informático

En la utilización de este material no se puede confundir el fin con los medios, por lo que hay que evitar utilizar herramientas cuyo dominio exija un esfuerzo en tiempo que no se vea compensado con el resultado final. El niño de estas edades se tiene que familiarizar con una máquina a la que llamamos ordenador, en primer lugar, como objeto de su entorno inmediato en la escuela. Posteriormente, el uso del ordenador se valorará como desarrollo a través de programas informáticos adaptados a la edad, respecto a tres vías de acceso en los procesos de enseñanza-aprendizaje:

a) Establecer destrezas cognitivas de carácter general(atención, memoria, razonamiento,...), susceptibles de ser utilizadas mediante juegos en una amplia gama de casos particulares que simulen diversidad de experiencias.

b) Aplicar esas destrezas de modo funcional a situaciones distintas aparecidas en el juego, posibilitando que los alumnos valoren y apliquen sus conocimientos matemáticos fuera del ámbito en el que los han aprendido.

c) Valorar el aspecto instrumental, con gusto en su utilización, del ordenador y los programas informáticos de forma creciente a medida que el alumno progresa hacia tramos superiores de la educación.

Los objetivos que persigue el uso de estos materiales, son los siguientes:

- * Familiarizar al niño con estos lenguajes.
- * Utilizar estos instrumentos en los procesos de enseñanza y aprendizaje.
- * Enseñarle a utilizarlos como un instrumento de aprendizaje, de comunicación y de ocio y disfrute.

La utilización de las nuevas tecnologías en educación requiere una reflexión y formación previa de los profesionales que tenga en cuenta aspectos lingüísticos y expresivos, didácticos, técnicos... También supone una toma de decisiones en relación con espacios de visualización y trabajo, agrupamiento, momentos y funciones que va a cumplir. Las nuevas tecnologías en la educación no deben, en ningún caso, superponerse a las actividades programadas y las habituales, sino que su uso deberá integrarse globalmente en la programación, siguiendo el principio de globalización. Igualmente, no introduciremos las nuevas tecnologías de forma aislada.

El profesor adquiere un papel destacado, ya que es el mediador y facilitador en la inserción de materiales y contenidos audiovisuales. Es muy importante la actitud y predisposición del adulto tanto en la selección como en la utilización de los mismos, ya que las nuevas tecnologías son para el niño tan nuevas como cualquiera de los conceptos que a nivel adulto tienen una significación positiva y/o negativa. Por tanto, las nuevas tecnologías serán introducidas de forma significativa, desmitificándolas, y facilitando que los niños empiecen a comprender y experimentar su utilidad.

El aprendizaje de los conceptos lógico-matemáticos a través de la resolución de problemas

A estas edades se entiende por resolución de problemas los desafíos operativos que se presentan al niño para que elabore estrategias válidas para la intelectualización de las

relaciones matemáticas. Todo planteamiento que exija un razonamiento lógico se puede considerar problema, siempre que se cumplan estas dos condiciones básicas:

- *El niño sabe perfectamente qué hay que hacer*
- *El niño desconoce en su planteamiento cómo hay que hacerlo*

Puig y Cerdán (Problemas escolares, 1988) afirman que: “La resolución de problemas tiene que ver con la producción de conocimientos significativos para el que aprende. El conocimiento que se valora por su significación no es el conocimiento transmitido, sino el conocimiento producido por el que está en situación de aprender. Así, si la resolución de problemas ha de ser el lugar de la producción del conocimiento, la tarea de resolver problemas es una tarea privilegiada para el aprendizaje”

Kilpatrick resume el uso de la resolución de problemas en tres direcciones:

- i. Los problemas se analizan como un vehículo para lograr algunas metas curriculares.
- ii. La resolución de problemas se considera como una de tantas habilidades que se debe enseñar.
- iii. La resolución de problemas se ve como un arte en el sentido de simular la actividad matemática dentro del aula. Schoenfeld subraya el sentido del aprendizaje de la matemática en la necesidad de que los estudiantes interactúen e interanalicen los principios en un salón de clases que presente un microcosmos de la cultura matemática, esto es, clases donde los valores de las matemáticas como una disciplina con sentido sean reflejados en la práctica cotidiana. Entre los principios importantes que Schoenfeld menciona, se destacan:
 - Encontrar la solución de un problema no es el final de la empresa matemática, sino el punto inicial para encontrar otras soluciones, extensiones y generalizaciones del problema.
 - Aprender matemáticas es un proceso activo que requiere de discusiones sobre conjeturas y pruebas.
 - Actuar como moderador mientras los estudiantes discuten problemas.
 - Discutir con los estudiantes problemas que involucren el uso de varios métodos de solución o que incluyan varias soluciones.

- Es importante que los estudiantes participen en el proceso de formular o rediseñar problemas. Esto se identifica como un componente esencial en el que hacer matemático.

Estrategias heurísticas

Se denominan heurísticas las estrategias que permiten al niño llegar al conocimiento matemático mediante sus propios medios y recursos. Para ello el educador debe respetar al menos tres fases importantes:

- 1) La fase de la *búsqueda*. En ella no se impone restricción alguna al pensamiento: todos los medios son buenos con tal que nos acerquen al objetivo. Esta es la fase del pensamiento matemático espontáneo, original, verdaderamente inventivo e incluso creador.
- 2) La fase del *arreglo*, que tiende a presentar la solución, una vez que se la haya encontrado, bajo la forma de un razonamiento correcto. Esta fase puede también exigir cierta invención, pero no una verdadera creación.
- 3) La fase de la *comprobación*, que consiste en repensar el razonamiento para comprobar si es correcto y si verdaderamente conduce a una solución del problema planteado.

Técnicas más utilizadas a estas edades para la resolución de problemas

El principio del “Desvío”. Se refiere al desplazamiento del problema o desafío original a otro dominio conveniente en el cual sea más fácil de resolver.

Organización. Realizar gráficos, figuras o esquemas con sus propios cuerpos. El sujeto trata de esquematizar las relaciones entre los datos de formas convencionales, para encontrar así las relaciones necesarias.

Analogía. El sujeto resuelve un problema análogo pero más sencillo. Para ello se busca en el archivo de su experiencia con problemas, situaciones parecidas y relaciones similares.

Ensayo y error. Se elige un resultado, operación o relación posible. Se lleva a cabo esa elección cumpliendo las condiciones que indica el problema. Se comprueba si se ha logrado el objetivo; de no ser así, se verifica el error y se vuelve a ensayar con otro resultado, operación o relación.

Estrategias numéricas

Los problemas en los que interviene el cálculo sencillo son también muy necesarios como herramienta para la comprensión de los conceptos. En estos problemas que se enmarcan globalmente en actividades de su entorno educativo: “La compra” “El barrio” “Nos conocemos todos”, ... se puede recurrir a las siguientes estrategias:

- Contar todos.
- Contar hacia arriba desde el primero.
- Contar hacia arriba desde el mayor.
- Quitar de.
- Contar hacia abajo desde.
- Quitar hasta.
- Contar hacia abajo hasta.
- Añadir hasta.
- Contar hacia arriba desde.
- Emparejar.

Baroody, explica varios procedimientos utilizados por los niños para la elaboración de estrategias:

1) Procedimientos concretos.- En un principio los niños emplean modelos concretos que representan directamente su concepto informal de la situación.

2) Procedimientos mentales:

2.1. Retrocontar: una ampliación natural del conocimiento existente. Cuando los niños están preparados abandonan los procedimientos concretos y adoptan los mentales. Un procedimiento mental muy usado es contar regresivamente o retrocontar.

2.2. Desarrollo de procedimientos flexibles. A medida que en las tareas de los niños intervienen números mayores, ellos descubren por su cuenta otros métodos.

BIBLIOGRAFÍA

- AEBLI, H. (1988): Formas básicas de enseñar. Narcea. Madrid
- ALONSO, M, y MATILLA, L(1990): Imágenes en acción. Análisis y práctica de la expresión audiovisual en la escuela activa. Madrid. Akal
- AUSUBEL (1976): Psicología Educativa. México. Trillas
- BARRIO FERNÁNDEZ, J.M. (1987): Integración curricular del video en la enseñanza. Los medios audiovisuales en la Educación Infantil. Madrid. Mec/Pntic
- BAROODY, A. (1988): El pensamiento matemático en los niños. Visor. Madrid
- BEAUVERD, B (1967): Antes del cálculo. Kapelusz. Buenos Aires
- BRISSIAUD, R (1993): El aprendizaje del cálculo. Visor. Madrid
- CANALS, M.A. (1981): La matemática en el parvulario. Nuestra Cultura. Madrid
- D.C. B. de Educación Infantil: Cajas Rojas. MEC. Madrid
- DICKSON, L; M. BROWN y O. GIBSON (1991): El aprendizaje de las matemáticas. MEC/Labor
- DIENES, Z.P. (1970): Enseñanza de la matemática. Barcelona. Teide
- FLAVELL, J. H. (1993): El desarrollo cognitivo. Visor. Madrid
- FERNÁNDEZ BRAVO, J. A. (1995a): La matemática en Educación Infantil. E. Pedagógicas. Madrid
- FERNÁNDEZ BRAVO, J. A. (1995b): *Las cuatro etapas del acto didáctico. Comunidad Educativa. ICCE, nº 228*
- FERNÁNDEZ BRAVO, J. A. (1989): Los Números en Color de G. Cuisenaire. Seco-Olea. Madrid
- FERNÁNDEZ BRAVO, J. A. (1994): La naturaleza del material en la didáctica de la matemática. Comunidad Educativa Madrid: ICCE (220) 25-28
- FERNÁNDEZ BRAVO, J. A. (1995): Educación, globalización y... matemática Comunidad Educativa Madrid: ICCE. (223), 34-37
- FERNÁNDEZ BRAVO, J.A. (1996): Relaciones psicosociales educativas en la resolución de problemas. Comunidad Educativa Madrid: ICCE (234)
- FERNÁNDEZ BRAVO, J. A. (1998): Investigación sobre los mecanismos de orientación lateral. El aprendizaje de los conceptos: derecha e izquierda. SUMA, Febrero (27) 57-63
- FERNÁNDEZ BRAVO, J. A. (2000): Didáctica de la Matemática en Educación Infantil. Ediciones Pedagógicas. Madrid
- FERNÁNDEZ BRAVO, J. A. (2.000): Técnicas creativas para la resolución de problemas matemáticos. Barcelona. CISS/PRAXIS
- FERNÁNDEZ BRAVO, J. A. (2.002): La Numeración y cuatro operaciones básicas: La investigación y el descubrimiento a través de la manipulación. Editorial CCS, Madrid
- FERNÁNDEZ BRAVO, J. A. (2.002): El material Numerator. (Juego para el alumno) Editorial CCS. Madrid

FERNÁNDEZ BRAVO, J. A.; ATRIO, S.; BANDERA, F (2.003): Secuenciación de conceptos matemáticos. *Procesos de enseñanza-aprendizaje de 6 a 8 años de edad*. Editorial CCS. Madrid, 2003 (Prólogo del Profesor Sergio Rábade)

FERNÁNDEZ BRAVO, J. A. Y SÁNCHEZ HUETE (2.003): La Enseñanza de la matemática. Bases psicopedagógicas y fundamentos teóricos en la construcción del conocimiento matemático y la resolución de problemas. Editorial CCS. Madrid

FERNÁNDEZ BRAVO, J. A. (2.004): El número de dos cifras. Investigación didáctica e innovación educativa. Editorial CCS. Madrid.

FERNÁNDEZ BRAVO, J. A. (2.004): Iniciación a las Matemáticas. Nueve cuadernos de trabajo para el alumno de Educación Infantil (3-6 años) Libro del Profesor. Oxford University Press. Oxford Educación. Madrid

FERNÁNDEZ BRAVO, J.A. (2005): Lógica, pensamiento y lenguaje: El ratón Dindandón. Obra de teatro, explicación científica y trabajo didáctico. Oxford University Press. Oxford Educación. Madrid

FERNÁNDEZ BRAVO, J. A.: Colección de cuentos que trabajan conceptos lógicos y matemáticos:

- *El Hipopótamo gracioso y fuerte*. Ed. CCS. Madrid, 2002
- *La tortuga botarruga*. Ed. CCS. Madrid, 2002
- *Los animales que se escaparon del circo*. Ed. CCS. Madrid, 2002
- *Las nubes del país de la fantasía virtual*. Ed. CCS. Madrid, 2002
- *Si te quieren serás lo que eres*. Editorial CCS. Madrid, 2004
- *La caja de números I*. Editorial CCS. Madrid, 2004
- *La caja de números II*. Editorial CCS. Madrid, 2004

FERNANDEZ ESCALONA, C. Y SANCHEZ SEGURA, M.D. (1997). Actividades lúdicas en el Area Lógico-Matemática (0-6 años). En GERVILLA, A. Educación Infantil: Metodología Lúdica. Málaga. Educación Infantil y Formación Educadores. Universidades de Andalucía

GAUQUELIN, F. (1976): Aprender a aprender. Ediciones mensajero. Bilbao

GUIBERT, A. et al. (1993): Actividades geométricas para Educación Infantil y Primaria. Narcea, Madrid

GROS SALVAT, B. (1987). Aprender mediante el ordenador. Barcelona. PPU

KAMII, C. (1995): El número en la educación preescolar. Visor. Madrid

KOTHE, S. (1986): Cómo utilizar los Bloques Lógicos de Dienes. Teide. Barcelona

LAHORA, C. (1996): Actividades matemáticas con niños de 0 a 6 años. Narcea. Madrid.

LAWRENCE, E (1982): La comprensión del número. Paidós. Barcelona

LEGRAND, L.(1971): Psicología aplicada a la educación intelectual. Studium. Madrid

MAYER, R (1986): Pensamiento, resolución de problemas y cognición. Barcelona. Paidós

MAZA, C. (1989): Conceptos y numeración en educación infantil. Síntesis. Madrid

MEC (1992): Materiales para la reforma (Infantil “relaciones, medida y representación en el espacio” y Primaria “Área de matemáticas”): Serie cajas rojas. Madrid

MORENO, M. y G. SASTRE (1980): Descubrimiento y construcción de conocimientos. Gedisa. Barcelona

MORENO, M. y G. SASTRE (1980): Aprendizaje y desarrollo intelectual. Gedisa. Barcelona

RUSSELL, B (1985): Introducción a la filosofía matemática. Paidós. Madrid

SAUVY, J. y S. SAUVY (1980): El niño ante el espacio. Pablo del Río. Madrid

- SCHILLER, PAM (1993): 500 actividades para el currículo de educación infantil. Madrid. Narcea
- SCHILLER, P y L. PETERSON (1999): Actividades para jugar con las matemáticas. Vol 1 y Vól 2. Barcelona. CEAC Ediciones
- SHOENFELD, A. (1985): Ideas y tendencias en la resolución de problemas. En *La Enseñanza de la matemática a debate*. Madrid. MEC.
- SHOENFELD, A. (1987): Confessions of an accidental theorist. *For the Learning of mathematics*, 7(1), 30-38.
- STEPHEN J. CHINN y J. RICHARD ASHCROFT (1999): Mathematics for Dyslexics. A teaching Handbook. London. Whurr Publishers
- VANCLEAVE, JANICE (2001): Ven, juega y descubre las matemáticas: actividades fáciles para niños pequeños. Editorial LIMUSA
- VARIOS (1977): Psicología de las edades. Morata Madrid
- VARIOS (1993): *El nacimiento de los números*. Revista El correo de la Unesco. Noviembre/93
- VERGNAUD, G. (1991). El niño, las matemáticas y la realidad. México. Trillas
- VIGOTSKY (1973): Psicología y pedagogía. Madrid. Akal.

© José Antonio Fernández Bravo